Ex 2.8.2

b) $f(x) = x + \sqrt{x^2-1}$ $\qquad x^2-1 = (x+1)(x-1) \geqslant 0 \Rightarrow ED(f) =]-\infty,-1] \cup [1,+\infty[$

pas d'AV

$x \to +\infty$: $m = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+\sqrt{x^2-1}}{x} \overset{\text{"}\frac{\infty}{\infty}\text{"}}{=} \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x + \overset{x}{\widetilde{|x|}}\sqrt{1-\frac{1}{x^2}}}{x}$ $\quad \frac{1}{x^2} \to 0$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\cancel{x}(1+\sqrt{1-1})}{\cancel{x}} = 1+1 = 2$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+\sqrt{x^2}}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+|x|}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2\cancel{x}}{\cancel{x}} = 2$

$h = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(x+\sqrt{x^2-1}-2x\right) = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(\sqrt{x^2-1}-x\right) \underset{\text{f.i. (conjugué)}}{\overset{\text{"}+\infty-\infty\text{"}}{=}}$

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\cancel{x^2}-1-\cancel{x^2}}{\sqrt{x^2-1}+x} = \dfrac{-1}{+\infty+\infty} = -\dfrac{1}{+\infty} = 0$

$\Rightarrow y = 2x$ est une AOD

$x \to -\infty$ $\quad \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x+\sqrt{x^2-1}}{x} \overset{\text{"}\frac{\infty+\infty}{-\infty}\text{"}}{=} \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x + \overset{-x}{\widetilde{|x|}}\sqrt{1-1/x^2}}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\cancel{x}(1-\sqrt{1})}{\cancel{x}} = 0 = \mathbf{m}$ $\qquad$ donc c'est une AH

$\lim\limits_{x\to-\infty} \left(x+\sqrt{x^2-1}\right) \underset{\text{conjugué}}{\overset{-\infty+\infty}{=}} \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{x^2-(x^2-1)}{x-\sqrt{x^2-1}} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{x-\sqrt{}} = \dfrac{1}{-\infty-\infty} = \dfrac{1}{-\infty} = 0 = \mathbf{h}$

$\Rightarrow y = 0$ est une AHG