

Nom Comigé Prénom

TEST formatif - Géométrie - §1.4

Pour tous les exercices indiquer le détail complet des calculs et du raisonnement.

Relativement à un repère orthonormé du plan on donne les points et les vecteurs suivants :

$$A(-3;1) \quad B(0;5) \quad C(1;-2) \quad \vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Exercice 1.

Calculer la valeur des expressions suivantes :

$$a) \|\vec{u} + 2\vec{v}\| = \left\| \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \right\| = \left\| \begin{pmatrix} 12 \\ -3 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{144+9} = \underline{\underline{\sqrt{153} = 3\sqrt{17}}}$$

$$b) \overrightarrow{AB} \cdot \vec{w} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix} = -9 + 28 = \underline{\underline{19}}$$

$$c) (\vec{u} \cdot \vec{v}) \vec{w} = \left[\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix} = (10+0) \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix} = 10 \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} -30 \\ 70 \end{pmatrix}}}$$

$$d) (\vec{u} + \vec{v}) \cdot \vec{w} = \left[\begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \right] \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix} = -21 - 21 = \underline{\underline{-42}}$$

$$e) \|\overrightarrow{AC}\| + \vec{v} \cdot \vec{w} = \left\| \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \right\| + \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix} = \sqrt{16+9} + (-15+0) = 5 - 15 = \underline{\underline{-10}}$$

$$f) 3\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA} = 3 \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 12+3 \\ -9+4 \end{pmatrix} = \underline{\underline{\begin{pmatrix} 15 \\ -5 \end{pmatrix}}}$$

$$g) \|\vec{u}\| \|\vec{v}\| = \sqrt{4+9} \sqrt{25+0} = \underline{\underline{5\sqrt{13}}}$$

$$A(-3; 1) \quad B(0; 5) \quad C(1; -2) \quad \vec{u} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \quad \vec{v} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{w} = \begin{pmatrix} -3 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Exercice 2.

Calculer le périmètre du triangle ABC .

$$\|\vec{AB}\| = \left\| \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{9+16} = 5$$

$$\|\vec{AC}\| = \left\| \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{16+9} = 5$$

$$\|\vec{BC}\| = \left\| \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \end{pmatrix} \right\| = \sqrt{1+49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \text{périmètre} = \underline{\underline{10 + 5\sqrt{2}}} \cong \underline{\underline{17,07 \text{ u}}}$$

Exercice 3.

Prouver que les vecteurs \vec{AB} et \vec{BC} ne sont pas orthogonaux.

$$\vec{AB} \not\perp \vec{BC} \Leftrightarrow \vec{AB} \cdot \vec{BC} = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -7 \end{pmatrix} = 3 - 28 = -25 \neq 0$$

Exercice 4.

a) Donner un vecteur orthogonal au vecteur \vec{u} et de même longueur.

$$\vec{u}' = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{car} \quad \vec{u} \cdot \vec{u}' = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = 6 - 6 = 0 \quad \text{et} \quad \|\vec{u}\| = \|\vec{u}'\|$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{4+9} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

ou $\vec{u}'' = \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix}$ car ...

b) Donner un vecteur orthogonal au vecteur \vec{u} et de longueur triple.

$$\vec{u}'' = 3 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix} \quad \text{car} \quad \vec{u} \cdot \vec{u}'' = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 9 \\ 6 \end{pmatrix} = 18 - 18 = 0$$

$$\text{et} \quad \|\vec{u}''\| = \sqrt{81+36} = \sqrt{117} = 3\sqrt{13}$$

$$= 3 \|\vec{u}\|$$

ou $\vec{u}''' = 3 \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 \\ -6 \end{pmatrix}$ car ...