Etudier le signe et la croissance des fonctions suivantes :

ex 1.1.1 g)

$f(x) = x^2 e^x$

* $ED(f) = \mathbb{R}$ (aucune condition)

* signe : zéro(s) : $\underset{\swarrow \atop 0}{x^2}\underbrace{e^x}_{>0} = 0$

x		0	
$sgn(f)$	$+$	0	$+$

* crssce : $f'(x) = 2x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x$

$= xe^x(2+x)$

$u = x^2$ $\quad v = e^x$

$u' = 2x$ $\quad v' = e^x$

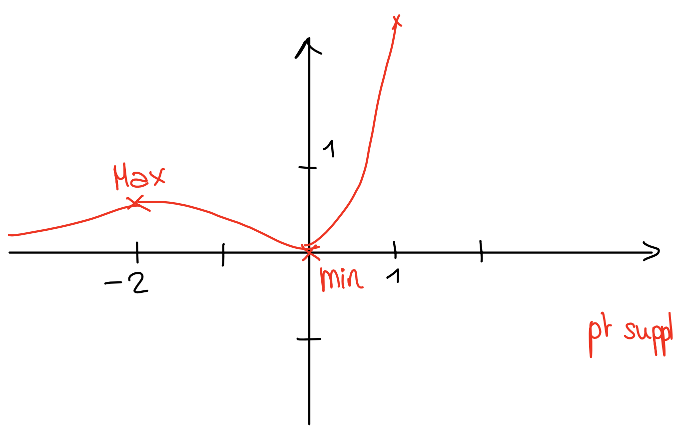
zéro(s) de f' : $\underset{\swarrow \atop 0}{x}\underbrace{e^x}_{>0}\underset{\searrow \atop -2}{(2+x)} = 0$

x		-2		0	
$sgn(f')$	$+$	0	$-$	0	$+$
$crssce(f)$	$\nearrow$	Max	$\searrow$	min	$\nearrow$

$Max(-2; f(-2)) \cong (-2; 0{,}54)$ $\qquad$ $min(0;0)$

$f(-2) = 4e^{-2} = \frac{4}{e^2} \cong 0{,}54$

* graphe :



pt suppl : $f(1) = e \cong 2{,}7$

ex 1.1.6 m)

$f(x) = \frac{x}{\ln(x)}$

* $ED(f) = \mathbb{R}_+^* - \{1\}$ cond : $\ln(x) \neq 0$ et $x > 0$

  $x \neq 1$

* Signe : zéro : $\frac{x}{\ln(x)} = 0 \Leftrightarrow x = 0$ mais $0 \notin ED(f) \Rightarrow$ pas de zéro

x	0		1	
$\text{sgn}(f)$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$+$

$f(0,5) \cong -0,7$ $f(2) \cong 2,9$

* crssce : $f'(x) = \frac{1\ln(x) - x \cdot \frac{1}{x}}{\ln^2(x)} = \frac{\ln(x) - 1}{\ln^2(x)}$

  $u = x$ $v = \ln(x)$

  $u' = 1$ $v' = \frac{1}{x}$

zéro de f' : $\frac{\ln(x) - 1}{\ln^2(x)} = 0 \Leftrightarrow \ln(x) - 1 = 0$

$\Leftrightarrow \ln(x) = 1$

$\Leftrightarrow x = e$

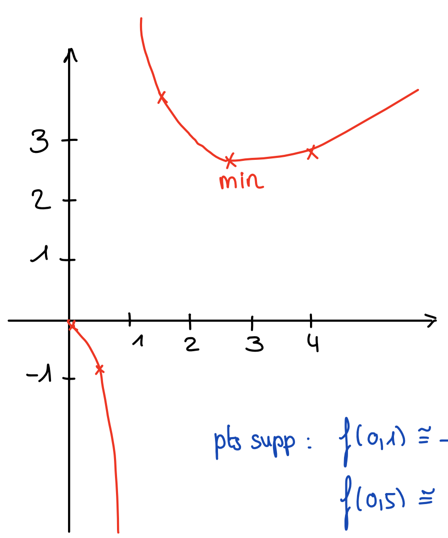
$f'(0,5) < 0$ $f'(2) < 0$ $f'(3) > 0$

x	0		1		e	
$\text{sgn}(f')$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$
$\text{crssce}(f)$	$\Vert$	$\searrow$	$\Vert$	$\searrow$	min	$\nearrow$

$\min(e ; f(e)) = (e ; e) \cong (2,7 ; 2,7)$

$f(e) = \frac{e}{1} = e \cong 2,7$

* graphe :



pts supp : $f(0,1) \cong -0,04$ $f(1,5) \cong 3,7$

$f(0,5) \cong -0,7$ $f(4) \cong 2,88$