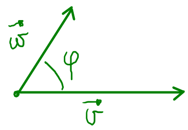
**Théorème 3** (Expression trigonométrique du produit scalaire)**.**

Soit $\varphi$ l'angle formé par le vecteur $\vec{v}$ et le vecteur $\vec{w}$

$$\boxed{\vec{v} \cdot \vec{w} = \|\vec{v}\| \cdot \|\vec{w}\| \cdot \cos(\varphi)}$$




**Calcul d'angle :** $\boxed{\varphi = \cos^{-1}\left(\dfrac{\vec{v} \cdot \vec{w}}{\|\vec{v}\| \cdot \|\vec{w}\|}\right)}$ form. p. 47

⚠ si $\varphi \neq 90°$ Pour calculer $\varphi$ on utilise les vecteurs avec une $\hat{m}$ origine.

**Exemple 4.**
On donne les points $A(-1;-9)$, $B(-10;3)$ et $C(6;15)$ (exemple 1.).

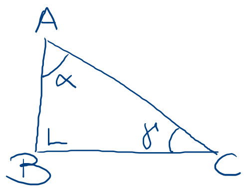
Vérifier que le triangle $ABC$ est rectangle en utilisant le produit scalaire sous sa forme trigonométrique.

$\vec{AB} = \begin{pmatrix} -9 \\ 12 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{AB} \cdot \vec{BC} = -9 \cdot 16 + 12 \cdot 12 = 0$

$\|\vec{AB}\| = \sqrt{81 + 144} = \sqrt{225} = 15$

$\vec{BC} = \begin{pmatrix} 16 \\ 12 \end{pmatrix}$ $\quad \|\vec{BC}\| = \sqrt{16^2 + 144} = 20$

$$\varphi = \cos^{-1}\left(\frac{0}{15 \cdot 20}\right) = \cos^{-1}(0) = 90°$$




Calculer les angles de ce triangle.

* angle en C : $\vec{CA} = \begin{pmatrix} -7 \\ -24 \end{pmatrix}$ $\quad \vec{CB} = \begin{pmatrix} -16 \\ -12 \end{pmatrix}$

$\vec{CA} \cdot \vec{CB} = -7 \cdot (-16) + (-24) \cdot (-12) = 400$

$\|\vec{CA}\| = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$

$\|\vec{CB}\| = 20$

$$\gamma = \cos^{-1}\left(\frac{400}{25 \cdot 20}\right) = \cos^{-1}(0{,}8) \cong 36{,}87°$$

* angle en A : $\alpha \cong 90° - 36{,}87 \cong 53{,}13°$