

Révision - Limites et asymptotes

Exercice 1

D'une fonction rationnelle f , on donne son étude de signe (ci-dessous) et l'équation de ses asymptotes : $x = 1$ et $y = 2$

x	-1	1	4
$sgn(f)$	+	0	+
			-
		0	+

a) Vrai ou Faux ?

1) $ED(f) = \mathbb{R} - \{4\}$

2) Il y a un zéro de multiplicité paire.

3) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$

4) Le degré du numérateur et celui du dénominateur sont égaux.

5) $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \infty$

b) D'après l'étude de signe et les équations des asymptotes, déterminer les limites suivantes.

1) $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ >}} f(x) =$

3) $\lim_{x \rightarrow 4} f(x) =$

2) $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ <}} f(x) =$

4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) =$

c) Esquisser le graphe d'une fonction f qui pourrait admettre cette étude de signe et ces asymptotes.

d) Donner une fonction f qui pourrait admettre cette étude de signe et ces asymptotes.

Exercice 2

Calculer, si elles existent, les limites suivantes.

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^4 + x^3 + 3x^2}{x^2}$

d) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^5 - 2x^3 + x}{(x + 3)^4}$

b) $\lim_{\substack{x \rightarrow 2 \\ >}} \frac{\sqrt{x-2}}{x^2 - 5x + 6}$

e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x^3 - 3x - \frac{x^2 + 1}{x} \right)$

f) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x - \sqrt{x^2 + 2x + 7})$

c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x + |x|}{x}$

g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x - \sqrt{x^2 + 2x + 7})$

Exercice 3

Pour les fonctions suivantes, on demande de déterminer

- l'ensemble de définition,
- les zéros et le tableau de signe,
- les équations des asymptotes éventuelles (avec étude de position pour a) et b) uniquement) et s'il existe un trou en donner les coordonnées,
- et l'esquisse du graphe.

a) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x^2 - 5x + 6}$

c) $f(x) = \frac{\sqrt{x} - 2}{x - 4}$

b) $f(x) = \frac{x^3 + 4x^2 + x - 6}{x^2 + 2x + 1}$

d) $f(x) = 5x + 3\sqrt{x^2 - x}$