Ex 2.8.2

e) $f(x) = 2x-3-\sqrt{4x^2+6x}$   cond : $4x^2+6x \geq 0$

$2x(2x+3) \geq 0$

$0 \qquad -\frac{3}{2}$

$ED(f) = \left]-\infty ; -\frac{3}{2}\right] \cup \left[0 ; +\infty\right[$

pas d'AV

AH/AO

à G : $\left(\lim_{x\to-\infty} f(x) = -\infty-(+\infty) = -\infty \quad \text{pas d'AHG}\right)$

$m = \lim_{x\to-\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x\to-\infty} \frac{2x-3-\sqrt{4x^2+6x}}{x} = \lim_{x\to-\infty}\left(2-\frac{3}{x}-\frac{\overbrace{|2x|}^{-2x}\sqrt{1+\frac{3}{2x}}}{x}\right)$

$= 2-0+2\sqrt{1+0} = 4$

$h = \lim_{x\to-\infty}(f(x)-mx) = \lim_{x\to-\infty}\left(2x-3-\sqrt{4x^2+6x}-4x\right) = \lim_{x\to-\infty}\left(-2x-3-\sqrt{4x^2+6x}\right) \overset{\text{“}\infty-\infty\text{”}}{=}$

$= -3+\lim_{x\to-\infty}\frac{\left(-2x-\sqrt{4x^2+6x}\right)\left(-2x+\sqrt{4x^2+6x}\right)}{\left(-2x+\sqrt{4x^2+6x}\right)} = -3+\lim_{x\to-\infty}\frac{4x^2-(4x^2+6x)}{\left(-2x+\sqrt{4x^2+6x}\right)}$

$= -3+\lim_{x\to-\infty}\frac{-6x}{-2x+\underbrace{|2x|}_{-2x}\sqrt{1+\dots}} = -3+\lim_{x\to-\infty}\frac{+\cancel{6x}^{\,3}}{+\cancel{2x}\left(1+\sqrt{1+\dots}\right)} = -3+\frac{3}{1+1} = -\frac{3}{2}$

$\Rightarrow$ AOG $y = 4x-\frac{3}{2}$

à D : $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}\left(2x-3-\sqrt{4x^2+6x}\right) = +\infty-(+\infty)$ f.i. conjugué $= -3+\lim_{x\to+\infty}\frac{4x^2-(4x^2+6x)}{2x+\sqrt{4x^2+6x}}$

$= -3+\lim_{x\to+\infty}\frac{-6x}{2x+\underbrace{|2x|}_{+2x}\sqrt{1+\frac{3}{2x}}} = -3+\lim_{x\to+\infty}\frac{\cancel{-6x}^{\,-3}}{\cancel{2x}\left(1+\sqrt{1+\dots}\right)} = -3-\frac{3}{1+\sqrt{1}} = -\frac{9}{2}$

$\Rightarrow$ AHD $y = -\frac{9}{2}$