Dérivées de fcts usuelles

$f(x)$	$f'(x)$		
c	0	$c \in \mathbb{R}$	(ex 2.9.1 a) ou pente de la tgte)
x	1		(")
ax	a	$a \in \mathbb{R}$	(")
⊛ x^n	$n \cdot x^{n-1}$	$n \in \mathbb{N}^*$	, peut être étendu à $n \in \mathbb{Q}^*$
$\frac{1}{x} \left(= x^{-1}\right)$	$-\frac{1}{x^2}$		exple 2) cours précédent
$\sqrt{x} \left(= x^{1/2}\right)$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$		exple 3) " "

⊛ Calculons la dérivée de $f(x) = x^n$

$$f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim_{x \to a} \frac{x^n - a^n}{x - a} \quad \text{"}\frac{0}{0}\text{"}$$

Horner

$$\begin{array}{c|cccccc|c}
 & 1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -a^n \\
a & & a & a^2 & a^3 & \dots & a^{n-1} & a^n \\
\hline
 & 1 & a & a^2 & a^3 & \dots & a^{n-1} & 0
\end{array}$$

(coefficients de la première ligne : $\overbrace{1 \ 0 \ 0 \ 0 \dots 0 \ -a^n}^{n+1 \text{ termes}}$)

$$= \lim_{x \to a} \frac{\cancel{(x-a)}\left(x^{n-1} + ax^{n-2} + a^2x^{n-3} + \dots a^{n-1}\right)}{\cancel{x-a}}$$

$$= a^{n-1} + a \cdot a^{n-2} + a^2 a^{n-3} + \dots + a^{n-1}$$

$$= \underbrace{a^{n-1} + a^{n-1} + a^{n-1} + \dots + a^{n-1}}_{n \text{ fois}} = n \cdot a^{n-1}$$

$$\Rightarrow f'(x) = n \cdot x^{n-1}$$

Rem : on note parfois $(x^n)' = nx^{n-1}$ au lieu de $f(x) = x^n$ et $f'(x) = nx^{n-1}$

Exemples : 1) $(x^5)' = 5x^4$

2) $\left(\frac{1}{x^3}\right)' = (x^{-3})' = -3x^{-3-1} = -3x^{-4} = -\frac{3}{x^4}$

3) $(\sqrt[3]{x})' = (x^{1/3})' = \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}-1} = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$

Règles de dérivation

1) $(f+g)'(x) = f'(x) + g'(x)$

2) $(\lambda f)'(x) = \lambda \cdot f'(x)$ avec $\lambda \in \mathbb{R}$

Exemples a) $f(x) = 3x^2$

$f'(x) = 3 \cdot 2x^{2-1} = 6x$

b) $(3x^2 + 2x - 5)' = 6x + 2 (+0)$

ex 2.9.7

2.9.11 a) b) c) i) j)