Révision d'analyse II - Problèmes d'examens

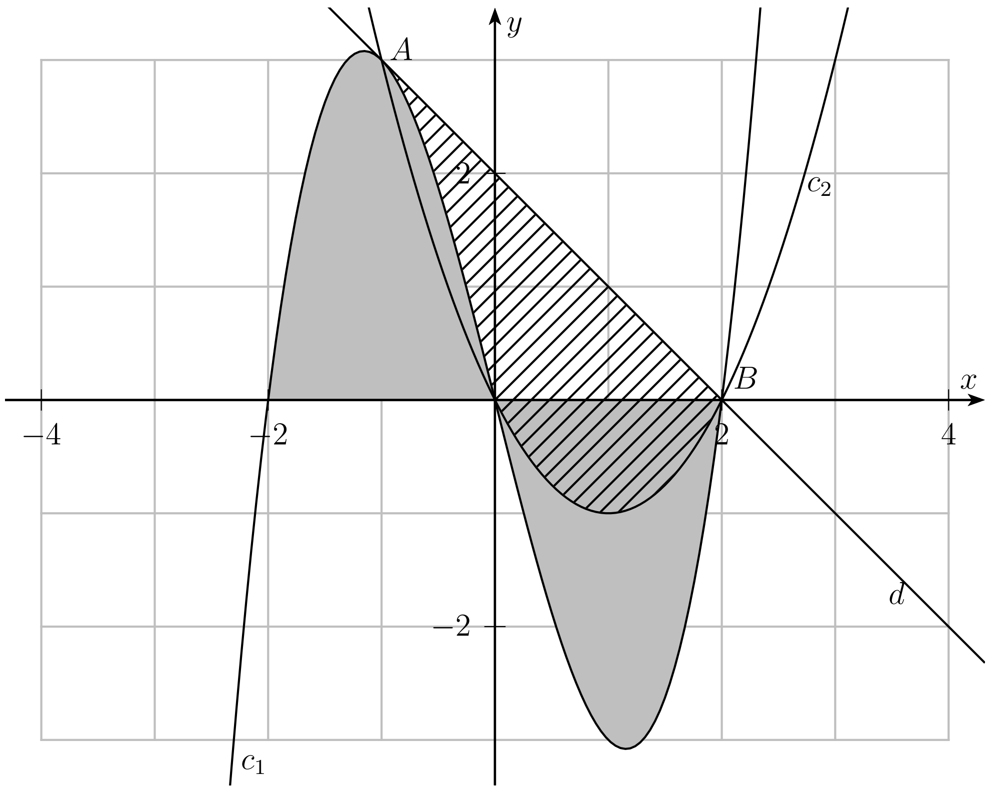
Juin, 2011

On considère les courbes c_1 et c_2 qui passent par l'origine :

$$(c_1): \ y = x^3 - 4x \qquad \text{et} \qquad (c_2): \ y = x^2 - 2x$$

et une droite d d'équation :

$$(d): \ y = -x + 2$$



a) Vérifier par calculs que les points $A(-1;3)$ et $B(2;0)$ sont des points communs à d, c_1 et c_2.

b) Calculer la valeur exacte de l'aire géométrique du domaine hachuré D_1 délimité par la droite d et les courbes c_1 et c_2.

c) On désigne par D_2 le domaine grisé compris entre l'axe Ox et la courbe c_1.

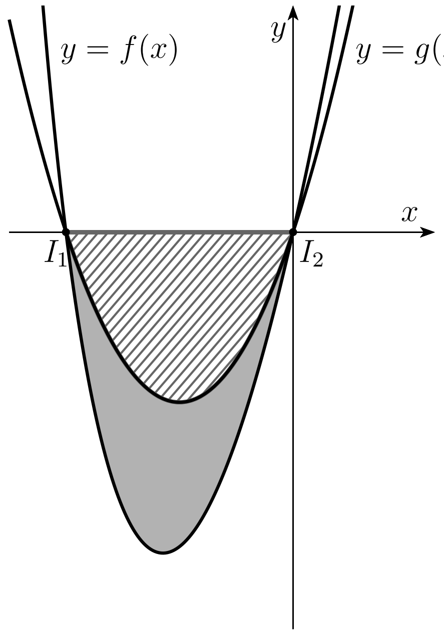
   Calculer la valeur exacte du volume du solide de révolution obtenu en faisant tourner le domaine D_2 autour de l'axe Ox.

Juin, 2013

On considère les fonctions f et g définies par

$$f(x) = 4x \cdot \ln(x+3) \qquad \text{et} \qquad g(x) = \frac{3}{2}x^2 + 3x$$

dont les graphes sont représentés ci-après.



a) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f et calculer ses zéros.

b) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction g et calculer ses zéros.
En déduire les coordonnées des deux points d'intersection I_1 et I_2 des graphes de f et g situés sur l'axe Ox.

c) Vérifier que la fonction F définie par

$$F(x) = 2(x^2 - 9)\ln(x+3) - x^2 + 6x$$

est une primitive de f.

d) Calculer l'aire géométrique exacte du domaine fermé délimité par les graphes de f et g entre I_1 et I_2 (domaine grisé sur le graphique ci-dessus).

e) Calculer le volume exact du solide de révolution engendré par la rotation autour de l'axe Ox du domaine fermé délimité par le graphe de g et l'axe Ox (domaine hachuré sur le graphique ci-dessus).

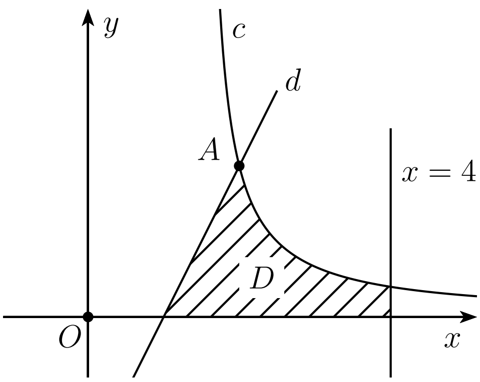
Juin, 2014

On considère la surface bornée D comprise entre la courbe d'équation $y = -x^2 + a$, l'axe des abscisses et les verticales $x = 3$ et $x = -3$, a étant un nombre strictement supérieur à 9.

a) Si $a = 15$, calculer l'aire géométrique de D.

b) Déterminer la valeur de a pour que le solide obtenu en faisant tourner cette surface autour de l'axe des abscisses admette un volume égal à $\dfrac{14'736\pi}{5}$.

Juin, 2015



Soit c la courbe d'équation $y = \dfrac{2}{2x-3}$

Soit d la droite d'équation $y = 2x - 2$

a) Déterminer, par calculs, les coordonnées du point d'intersection A de la courbe c et de la droite d représenté ci-dessus. (Le point A se situe dans le premier quadrant.)

Note : prendre le point $A(2; ?)$ pour la suite du problème, si vous n'avez pas répondu à la question précédente.

b) Déterminer l'aire exacte de la surface plane D fermée et limitée par l'axe Ox, la droite d, la courbe c et la verticale $x = 4$.

c) On fait tourner la surface D autour de l'axe Ox. Calculer le volume exact du solide engendré par cette rotation.

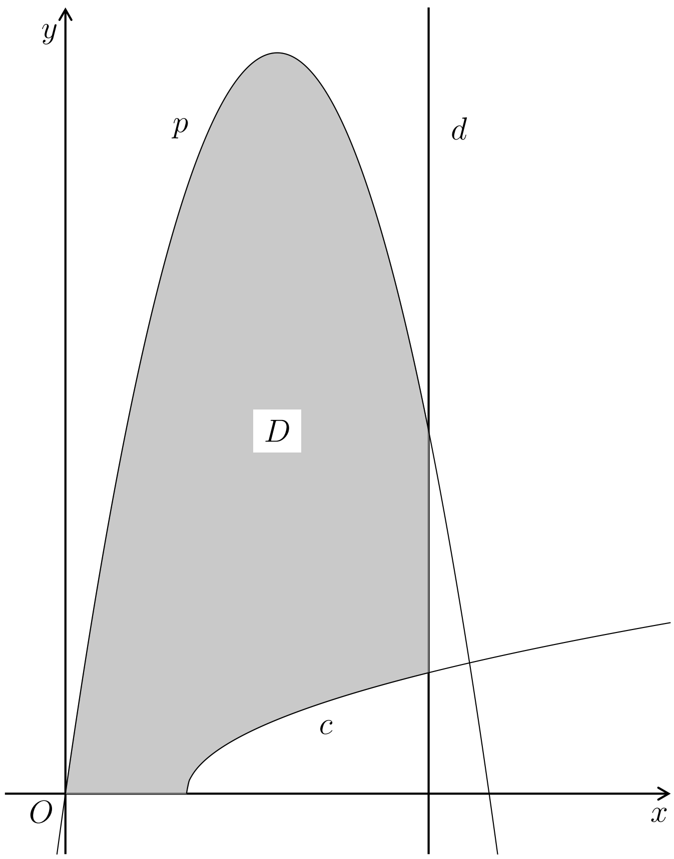
Juin, 2016

On donne :

— la parabole p d'équation : $y = -x^2 + 7x$

— la courbe c d'équation : $y = \sqrt{x-2}$

— la droite d d'équation : $x = 6\,.$



Le domaine grisé D est la surface plane fermée contenant le point $O(0\,;0)$ et limitée par l'axe Ox, la parabole p, la droite d et la courbe c.

a) Déterminer l'aire exacte du domaine D.

b) On fait tourner le domaine D autour de l'axe Ox. Calculer le volume exact du solide de révolution engendré par cette rotation.