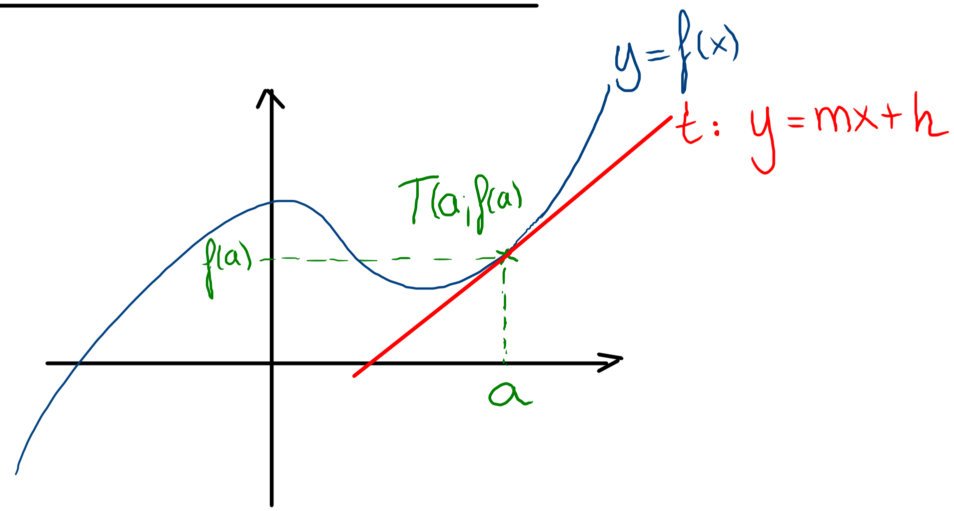
Tangente à une courbe



Comme $f'(a)$ est la pente de la tangente au graphe de f en $T(a;f(a))$

$\Longrightarrow \quad m = f'(a) \quad \Longrightarrow \quad t:\ y = f'(a)\,x + h$

Comme $T(\underset{x}{a};\underset{y}{f(a)}) \in t \quad \Longrightarrow \quad t:\ f(a) = f'(a)\cdot a + h \iff h = f(a) - f'(a)\cdot a$

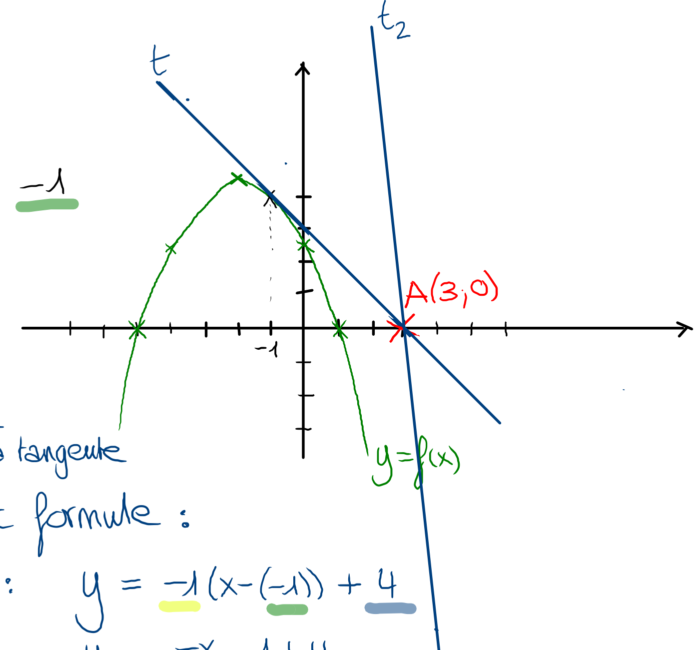
$\Longrightarrow \quad t:\ y = f'(a)\cdot x + f(a) - f'(a)\cdot a$

$$\boxed{y = f'(a)(x-a) + f(a)}$$ form. CRM p.78

$$\boxed{y - f(a) = f'(a)(x-a)}$$ form. Burier p.17

Exemple : $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{5}{2}$

a) équa de la tangente au point d'abscisse -1



- $f(-1) = -\frac{1}{2}\cdot 1 + 2 + \frac{5}{2} = 4 \Rightarrow T(-1;4)$
- $f'(x) = -x-2 \Rightarrow f'(-1) = 1-2 = -1 = m$

pente de la tangente

sans formule :

$t: \; y = -1\cdot x + h \Leftrightarrow y = -x+h$

$T(-1;4) \in t \Rightarrow 4 = -(-1)+h$

$\Leftrightarrow h = 3$

$\Rightarrow t: \; y = -x+3$

avec formule :

$t: \; y = -1(x-(-1)) + 4$

$y = -x-1+4$

$y = -x+3$

b) équation de la tangente au graphe de f passant par $A(3;0)$

$f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{5}{2}$

$f'(x) = -x-2$

avec la formule :

$t: \; y = f'(a)(x-a) + f(a)$

$\Rightarrow \; y = (-a-2)(x-a) + \left(-\frac{1}{2}a^2 - 2a + \frac{5}{2}\right)$

$A(3;0) \in t \Rightarrow 0 = (-a-2)(3-a) - \frac{1}{2}a^2 - 2a + \frac{5}{2}$

$0 = a^2 - a - 6 - \frac{1}{2}a^2 - 2a + \frac{5}{2} \quad |\cdot 2$

$0 = a^2 - 6a - 7$

$0 = (a-7)(a+1)$

$\Rightarrow a = 7 \Rightarrow t: (-7-2)(x-7) - \frac{49}{2} - 14 + \frac{5}{2} = y \Leftrightarrow y = -9x+27$

$ a = -1 \Rightarrow t: (1-2)(x+1) - \frac{1}{2} + 2 + \frac{5}{2} = y \Leftrightarrow y = -x+3$