

EX 2.10.10

e) $f(x) = \frac{x^3}{x^2-4} = \frac{x^3}{(x+2)(x-2)}$

1) $ED(f) = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$

2) parité : $f(-x) = \frac{(-x)^3}{(-x)^2-4} = -\frac{x^3}{x^2-4} = -f(x) \Rightarrow$ impaire donc sym. par rapport 0

(périodicité)

3) zéros et signes :

x	-2	0	2
	- +	0	- +

4) asymptotes :

AV/hou : $\lim_{x \rightarrow -2} f(x) = \frac{-8}{0} = \infty$

$x < -2$	\rightarrow	$-\infty$
$x > -2$	\rightarrow	$+\infty$

 \Rightarrow AV : $x = -2$

$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \infty$

$x < 2$	\rightarrow	$-\infty$
$x > 2$	\rightarrow	$+\infty$

 \Rightarrow AV : $x = 2$
par sym.

AH/AO $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$ pas d'AH

AO car $\deg(N) = \deg(D) + 1$ (avec div. polyn. car fct ratio.)

x^3	x^2-4
$-x^3+4x$	x
$4x$	

 $\Rightarrow f(x) = x + \frac{4x}{x^2-4}$

\Rightarrow AO : $y = x$

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2-4}$$

5) croissance :

$$f'(x) = \frac{3x^2(x^2-4) - 2x \cdot x^3}{(x^2-4)^2} = \frac{x^4 - 12x^2}{(x^2-4)^2} = \frac{x^2(x^2-12)}{(x^2-4)^2}$$

zeros : 0 (2) $\pm\sqrt{12}$
 $\pm 2\sqrt{3}$
 u.i. : ± 2 (2)

x	-2√3	-2	0	2	2√3
f'	+ 0	-	0	-	0 +
f	↗ Max	↘	↘ pater	↘	↗ min

Max(-2√3; -3√3) pater(0;0) min(2√3; 3√3)

6) courbure :

$$f''(x) = \frac{4x(x^2-6)(x^2-4)^2 - 4x(x^2-4)(x^4-12x^2)}{(x^2-4)^4} = \frac{4x(x^2-4)[(x^2-6)(x^2-4) - (x^4-12x^2)]}{(x^2-4)^4}$$

$$\begin{aligned} u &= x^4 - 12x^2 \\ u' &= 4x^3 - 24x \\ &= 4x(x^2 - 6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} v &= (x^2-4)^2 \\ v' &= 2(x^2-4) \cdot 2x \\ &= 4x(x^2-4) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{4x(2x^2+24)}{(x^2-4)^3} \\ &= \frac{8x(x^2+12)}{(x^2-4)^3} \end{aligned}$$

zéro : 0
 u.i. : ± 2 (3)

x	-2	0	2
f''	-	+ 0	-
f	∩	∪	∪

I(0;0)