

Equation cartésienne

But : simplifier l'écriture et rendre unique l'équation d'une droite

Comment : en se débarrassant du paramètre

exple : $\vec{d}_1 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$d_1: \begin{cases} x = 3 - 2k & | & 1 \\ y = -2 + k & | & 2 \end{cases} \Rightarrow x + 2y = -1 \Leftrightarrow x + 2y + 1 = 0$$
$$d_2: \begin{cases} x = -5 + 4l & | & 1 \\ y = 2 - 2l & | & 2 \end{cases} \Rightarrow x + 2y = -1 \Leftrightarrow x + 2y + 1 = 0$$

\ } c'est la même droite

Déf : Une équation de la forme $ax + by + c = 0$ est appelée équation cartésienne d'une droite d .

Un vecteur directeur de d est $\vec{d} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$

Exples a) $A(3, -2)$ $\vec{d} = \begin{pmatrix} -4 \\ 5 \end{pmatrix}$

$$\Rightarrow d: 5x + 4y + c = 0$$
$$A \in d: 5 \cdot 3 + 4 \cdot (-2) + c = 0$$
$$c = -7$$

\ } $\Rightarrow d: 5x + 4y - 7 = 0$

b) $d: 7x - 6y + 31 = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{7}{6}x - \frac{31}{6}$

$$\Rightarrow \vec{d} = \begin{pmatrix} 6 \\ 7 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \text{point de } d? : \text{ avec } (0, -\frac{31}{6}) \in d$$

On peut aussi utiliser l'équation cartésienne sous la forme $y = mx + h$

$$\Rightarrow ax + by + c = 0 \Leftrightarrow y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

$$m = -\frac{a}{b}$$

- Rem : 1) $ax+by+c=0$ est l'équation cartésienne canonique de d.
2) " " est unique à équivalence près

exple : $-3x+2y-5=0 \Leftrightarrow 3x-2y+5=0$

$(\Leftrightarrow 6x-4y+10=0)$

$(\Leftrightarrow \dots)$

- 3) En principe a, b et c sont entiers et les plus petits possible.