Signe d'une fonction polynomiale ou rationnelle

1) factoriser le(s) polynôme(s) de la fonction
2) $ED(f)$
3) étudier le signe des facteurs obtenus
4) appliquer la règle des signes sur chaque intervalle

Exples

a) $f(x) = -x^3 - 4x^2 + 3x + 18$

$= (x-2)(-x^2-6x-9)$

$= -(x-2)(\underbrace{x^2+6x+9}_{(x+3)^2})$

Horner : candidats : $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 9$
± 18

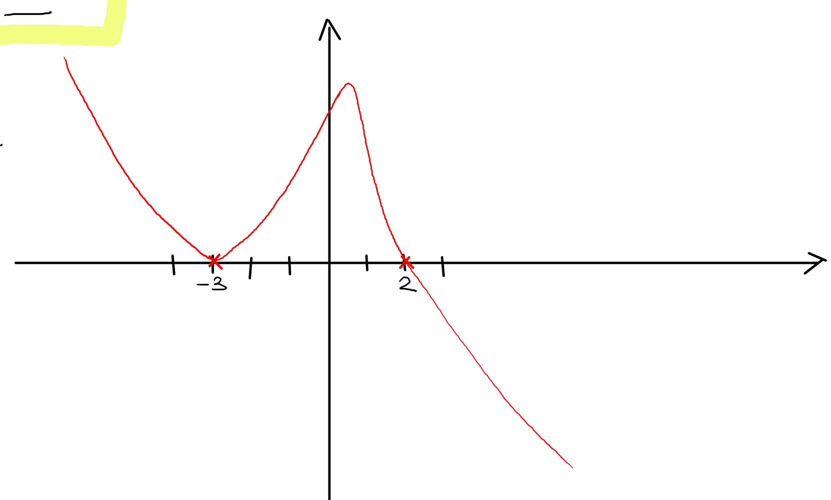
$x=2$: $-8-16+6+18 = 0$

	-1	-4	3	18
2		-2	-12	-18
	-1	-6	-9	0

zéros : 2 et −3

x		-3		2	
$x-2$	$-$		$-$ $-$	0	$+$ $+$
$-x^2-6x-9$	$-$	0	$-$		$-$ $-$
$f(x)$	$+$	0	$+$	0	$-$

croquis du graphe de f.



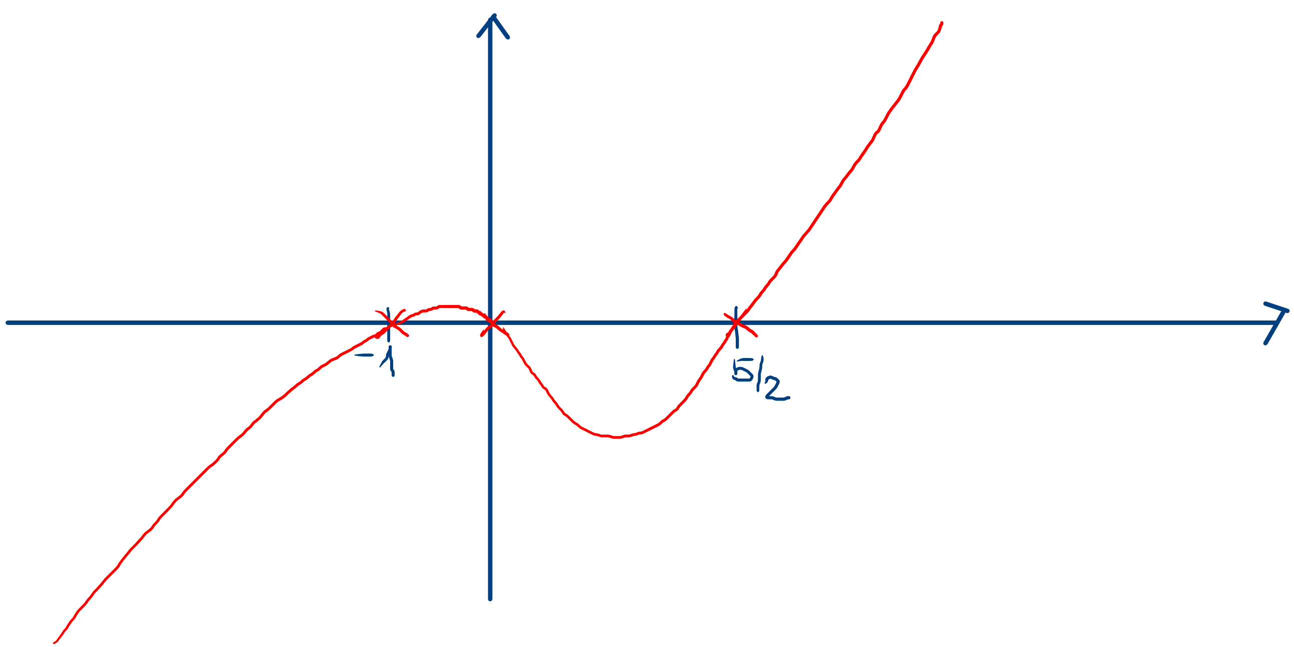
b) $f(x) = 2x^5 - 3x^4 - 5x^3 = x^3(2x^2 - 3x - 5) = x^3(2x-5)(x+1)$

$$\Delta = 9 + 4 \cdot 2 \cdot 5 = 49 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{3 \pm 7}{4} = \begin{cases} 5/2 \\ -1 \end{cases}$$

zéros : 0 ; $\frac{5}{2}$; -1

x		-1		0		$5/2$	
x^3	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$2x^2-3x-5$	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

croquis :



c) $f(x) = \dfrac{2x^2+5x-3}{x^2-4} = \dfrac{(x+3)(2x-1)}{(x-2)(x+2)}$

$\Delta = 25 - 4 \cdot 2(-3) = 49$

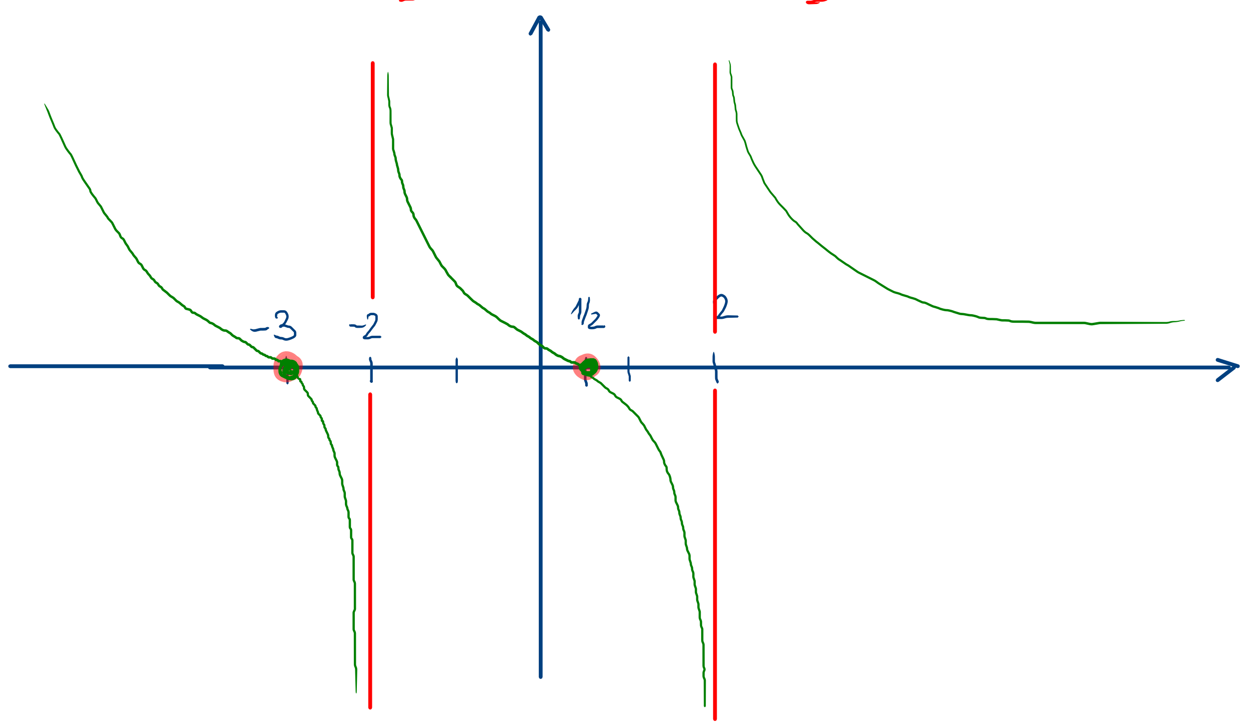
zéros : $x_{1,2} = \dfrac{-5 \pm 7}{4} = \begin{cases} -3 \\ \frac{1}{2} \end{cases}$

v.i : 2 et −2

$ED(f) = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$

x	$-\infty$		-3		-2		$1/2$		2		$+\infty$
$2x^2+5x-3$		+	0	−	|	−	0	+	|	+	
x^2-4		+	|	+	0	−	|	−	0	+	
$f(x)$		+	0	−	||	+	0	−	||	+	

croquis :



d) $f(x) = \dfrac{2x^2+5x-3}{2x-1} = \dfrac{(2x-1)(x+3)}{2x-1}$

zéros : $\frac{1}{2}$ et -3

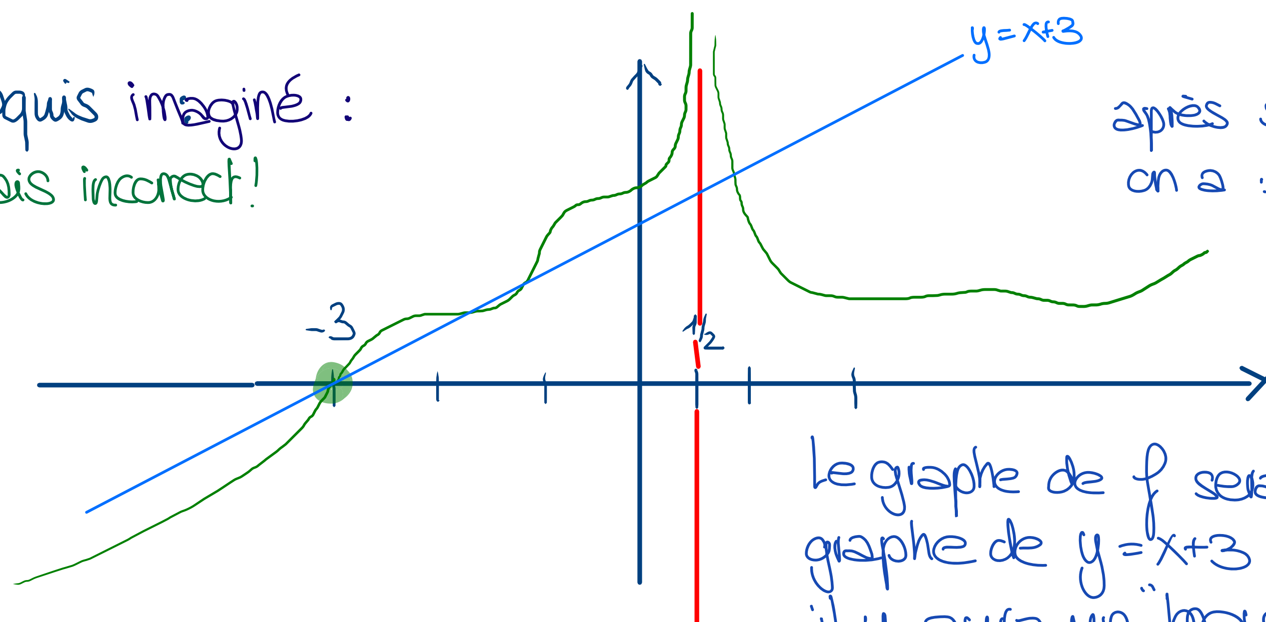
v.i. : $\frac{1}{2}$

$ED(f) = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\}$

x		-3		$1/2$	
$2x^2+5x-3$	$+$	0	$-$	0	$+$
$2x-1$	$-$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	$\|$	$+$

croquis imaginé :

mais incorrect !



après simplif. de la fonction

on a : $\dfrac{\cancel{(2x-1)}(x+3)}{\cancel{2x-1}} = x+3$

graphe en bleu

Le graphe de f sera le même que le graphe de $y = x+3$ sauf pour $x = \frac{1}{2}$

il y aura un "trou" en $\left(\frac{1}{2} ; \frac{7}{2}\right)$.