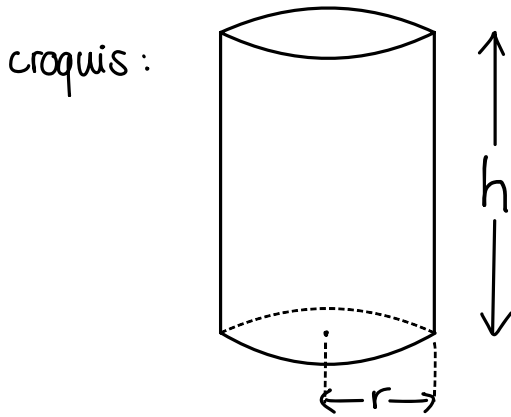


Boîte de conserve

Quelles doivent être les dimensions d'une boîte de conserve (cylindrique) de volume 785 cm^3 afin d'utiliser le moins de métal possible ?



fonction à optimiser : aire totale

$$A(r; h) = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi r \cdot h$$

contrainte : volume = 785 cm^3

$$\pi r^2 \cdot h = 785$$

$$h = \frac{785}{\pi r^2}$$

$$\Rightarrow A(r) = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{785}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{1570}{r} \quad \text{et } r > 0$$

croissance : $A'(r) = 4\pi r - \frac{1570}{r^2} = \frac{4\pi r^3 - 1570}{r^2}$

zéro de A' : $4\pi r^3 - 1570 = 0$

$$4\pi r^3 = 1570$$

$$r^3 = \frac{1570}{4\pi} = \frac{785}{2\pi}$$

$$r = \sqrt[3]{\frac{785}{2\pi}} \approx 5$$

r	0	5		
A'		-	0	+
A		↘ min ↗		

min (5 ; 471,08)

$$\Rightarrow h = \frac{785}{\pi \cdot 5^2} \approx 10$$

Les dimensions pour une utilisation minimale d'acier sont de 5 cm pour le rayon et de 10 cm pour la hauteur, soit le diamètre égal à la hauteur.