Ex 3.3.21

a) $f(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2 \overset{\text{groupement}}{=} x^2(x+2) - 1\cdot(x+2)$

$\overset{\text{mise en év.}}{=} (x+2)(x^2-1) = \underset{-2}{(x+2)}\underset{-1}{(x+1)}\underset{1}{(x-1)}$

$\Rightarrow$ zéros : $-2\,;\,-1$ et 1

x		-2		-1		1	
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
x^2-1	$+$		$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

On peut aussi faire avec tous les facteurs (mais c'est plus long ...)

x		-2		-1		1	
$x+2$	$-$	0	$+$		$+$		$+$
$x+1$	$-$		$-$	0	$+$		$+$
$x-1$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$

b) $f(x) = (x^3 - x^2 + x)(2-x) \overset{\text{mise en év.}}{=} \underset{0}{x}\,\underbrace{(x^2-x+1)}\,\underset{2}{(2-x)}$

$\Delta = (-1)^2 - 4\cdot 1\cdot 1 = -3 < 0$

$\Rightarrow$ zéros : 0 et 2

(valeur de) x		0		2	
(signe de) x	$-$	0	$+$		$+$
x^2-x+1	$+$		$+$		$+$
$2-x$	$+$		$+$	0	$-$
$f(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$

c) $f(x) = x^3 + 5x^2 + 8x + 4$

schéma de Horner :

1) recherche d'un zéro parmi les diviseurs du terme constant 4

$(\pm 1\ ,\ \pm 2$ ou $\pm 4)$

$f(-1) = -1 + 5 - 8 + 4 = 0$ ✓ $\quad -1$ est un zéro de f.

2)

$$\begin{array}{c|cccc}
 & 1 & 5 & 8 & 4 \\
-1 & & -1 & -4 & -4 \\
\hline
 & 1 & 4 & 4 & \multicolumn{1}{|c}{0}
\end{array}$$

3) $f(x) = (x+1)(x^2+4x+4) = \underset{\downarrow -1}{(x+1)}\underset{\downarrow -2}{(x+2)^2}$

$\Rightarrow$ zéros : -1 et -2 (2)

tableau de signe :

x		-2		-1	
$x+1$	$-$		$-$	0	$+$
$(x+2)^2$	$+$	0	$+$		$+$
$f(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$

d) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = \underset{\downarrow -1}{(x+1)^3}$ (c'est un produit rem.)

$\Rightarrow$ zéro : -1

tableau de signe :

x		-1	
$f(x)$	$-$	0	$+$

car le signe de $(x+1)^3$ est le même que celui de $x+1$:

"$(-)^3 = -$" et "$(+)^3 = +$"

3.3.21

e) $$f(x) = x(x+2)^2\overbrace{(2-x^2)}^{(\sqrt{2}-x)(\sqrt{2}+x)}\overbrace{(x^2-1)}^{(x+1)(x-1)}(3-2x)$$

$$x \to 0 \qquad (x+2)^2 \to -2 \qquad (2-x^2) \to \pm\sqrt{2} \qquad (x^2-1) \to \pm 1 \qquad (3-2x) \to \frac{3}{2}$$

x		-2		$-\sqrt{2}$		-1		0		1		$\sqrt{2}$		$3/2$	
x	$-$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$
$(x+2)^2$	$+$	0	$+$		$+$		$+$		$+$		$+$		$+$		$+$
$2-x^2$	$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$		$+$	0	$-$		$-$
x^2-1	$+$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$
$3-2x$	$+$		$+$		$+$		$+$		$+$		$+$		$+$	0	$-$
$f(x)$	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$