Chapitre 4

Trigonométrie

4.1 La mesure des angles

4.1.1 Convertir en degrés les angles donnés par leur mesure en radians

a) $\pi/6$

b) $2\,\pi/3$

c) $7\pi/10$

d) $4\,\pi$

e) $-5\,\pi/6$

f) $15\,\pi/6$

g) 1

h) 0.7

i) -2

j) 3

4.1.2 Convertir en radians les angles donnés par leur mesure en degrés

a) $45°$

b) $60°$

c) $75°$

d) $-30°$

e) $120°$

f) $315°$

g) $22.7°$

h) $-107.9°$

i) $292.3°$

j) $152.5°$

4.1.3 Calculer, à 1 mm près, le rayon d'un cercle sur lequel

a) un arc de $1°$ mesure 3 mm.

b) un arc de $0.03°$ mesure 0.05 mm.

4.1.4 Calculer, à 1 mm près, la longueur d'un arc

a) de $32°$ sur un cercle de rayon 15 cm.

b) de 2 rad sur un cercle de rayon 7cm.

4.1.5

a) Deux points distincts sur le même méridien terrestre ont des latitudes qui diffèrent de $\frac{1}{60}$ degré (ou 1 minute d'arc). Quelle est leur distance (cette distance définit le mille nautique) sachant que le rayon de la terre est de 6370 km ?

b) Peut-on poser la même question pour deux points situés sur un même parallèle dont les longitudes diffèrent ?

4.1.6 Bulle et Porrentruy se trouvent sur le même méridien terrestre. Leurs latitudes respectives sont $46°37'$N et $47°25'$N. Calculer la distance «à vol d'oiseau » entre ces deux villes.

4.1.7 Sion et Delémont se trouvent sur le même méridien terrestre. Leur distance «à vol d'oiseau » est de 123 km. Sachant que la latitude de Sion est de $46°14'$N, calculer la latitude de Delémont.

4.1.8 Dunkerque et Barcelone se trouvent sur le même méridien terrestre. Leurs latitudes respectives sont $49°45'$N et $40°15'$N. Calculer la distance «à vol d'oiseau » entre ces deux villes.
La mesure de la distance entre Dunkerque et Barcelone s'est faite par triangulation entre 1792 et 1798. Elle a servi de base à la première définition du mètre comme la dix millionième partie du quart de méridien terrestre.

4.1.9 Deux points A et B de la surface terrestre sont situés sur le même méridien et distants de 800 km. Lorsque le Soleil est à la verticale de A, les rayons du Soleil forment avec la verticale, en B, un angle de $7.2°$
En déduire la circonférence et le rayon terrestre.
Cette méthode a été imaginée par Eratosthène (284-195 av. J.-C.) après avoir appris que, un certain jour de l'année à midi, le Soleil se réfléchit verticalement dans un puits profond près de Syène (aujourd'hui Assouan) qui correspondait au point A. Le point B était Alexandrie, située à 800 km au nord de Syène. Pour déterminer l'angle à midi, on mesurait l'ombre d'un pilier vertical.

4.1.10 Le diamètre d'un cercle mesure 48 cm. Trouver la longueur de l'arc et la surface du secteur circulaire défini par un angle au centre de $20°$.

4.1.11 Deux points A et B situés sur le même méridien terrestre ont des latitudes qui diffèrent de $2°$. Quelle est la distance entre ces deux points ? Rayon de la terre : $6'350$ km.

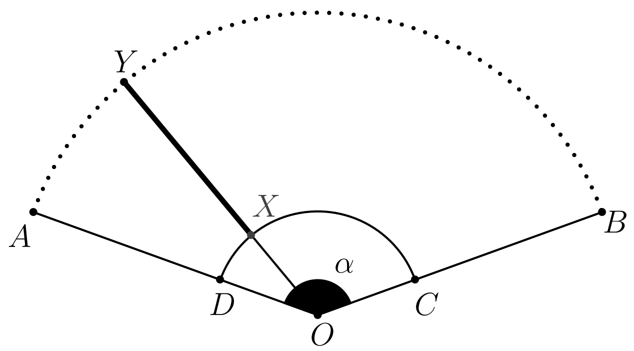
4.1.12 La terre effectue une rotation complète après 23 h 56 min 4 s. Calculer de combien de degrés la terre tourne en une seconde. On donne le rayon de la terre : $6'350$ km.

4.1.13 Une roue tourne à la vitesse de 48 tours/minute. Exprimer cette vitesse angulaire en :

a) tours/seconde b) degrés/seconde

4.1.14 Un pneu de voiture mesure 75 cm de diamètre. A quelle vitesse angulaire en tours/minute la roue tourne-t-elle sur son axe si la voiture roule à 72 km/h ?

4.1.15 Un essuie-glace mesure 40 cm de long de son point de rotation O à son extrémité Y et balaie sur une longueur de 30 cm, entre les points X et Y.



On suppose que l'angle d'oscillation α mesure $140°$.

a) Calculer la longueur en cm de l'arc $\overset{\frown}{AB}$ parcouru par l'extrémité Y du balai d'essuie-glace durant une oscillation de gauche à droite.

b) Calculer l'aire en cm^2 de la surface $ABCD$ balayée par l'essuie-glace XY .

4.2 Le triangle rectangle

4.2.1 Un triangle rectangle ABC est rectangle en A. Résoudre ce triangle connaissant :

a) $\gamma = 32°$ et $BC = 10$ b) $\beta = 32°$ et $BC = 5$ c) $\gamma = 27°$ et $AB = 10$

d) $AC = 6$ et $AB = 10$ e) $\gamma = 64°$ et $AC = 12$ f) $\beta = 45°$ et $BC = 12$

4.2.2 Dans un triangle ABC rectangle en B, on donne $\gamma = 27°$ et $AB = 40$ cm. Calculer les longueurs BC, CH et HA où H est le pied de la hauteur sur AC issue de B.

4.2.3 Quelle est la hauteur d'un clocher qui a une ombre de 36 m lorsque le soleil est élevé de $37.5°$ au-dessus de l'horizon ?

4.2.4 Une route en ligne droite fait un angle de 2.3° avec sa projection horizontale. Quel chemin faut-il parcourir pour s'élever de 109.20 m au-dessus du niveau du point de départ ?

4.2.5 La voûte d'un tunnel est un arc de cercle d'angle au centre 220°. Calculer le rayon r de cet arc de cercle pour que la largeur de la route soit de 12 m, ainsi que la hauteur maximum de la voûte au-dessus du sol.

4.2.6 Déterminer le périmètre et l'aire du pentagone régulier inscrit dans un cercle de rayon 6 cm.

4.2.7 Quel est le rayon d'un cercle dans lequel une corde de 18.40 cm sous-tend un arc de 48° ?

4.2.8 De mon balcon situé à 9 m au-dessus du sol, j'observe l'immeuble d'en face. Pour voir le bas de l'immeuble, je dois baisser les yeux d'un angle de 20°, alors que pour en voir le sommet, je dois lever les yeux d'un angle de 10°. Quelle est la hauteur de l'immeuble d'en face ?

4.2.9 Natacha se trouve à 9 m d'un peuplier qu'elle aperçoit sous un angle de 58° (on néglige la hauteur des yeux par rapport au sol). Sous quel angle le verra-t-elle si elle recule de 30 m ?

4.2.10 Couché par terre à Ouchy, j'observe le jet d'eau de Genève. J'en vois une portion de 24 m de haut. Sachant que la distance d'Ouchy au pied du jet d'eau est de 50 km, mesurée à la surface du lac et que le rayon de la terre est de 6′350 km, quelle est la hauteur du jet d'eau ?

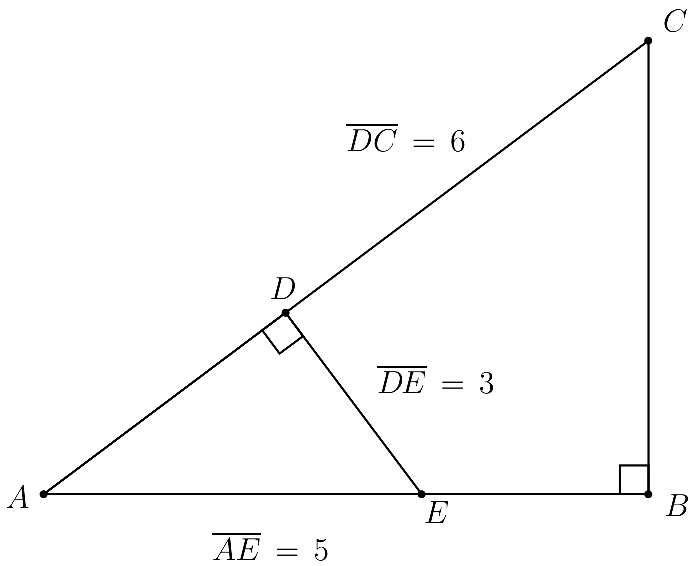
4.2.11 Considérons un cube $ABCDEFGH$ de longueur d'arête égale à 6 cm. Soit J le milieu de FG et I le milieu de BC.

a) Calculer la mesure des angles $\widehat{JAI}$, $\widehat{JAB}$ et $\widehat{JAD}$,

b) Calculer la longueur d'une des diagonales du cube.

4.2.12 Un cône de révolution dont le rayon de base vaut 6 cm est inscrit dans une sphère de rayon 10 cm. Calculer l'angle au sommet du cône, ainsi que l'angle au sommet de son développement.

4.2.13 En utilisant les informations données sur le dessin ci-dessous, calculer toutes les dimensions manquantes et tous les angles déterminés par la figure.

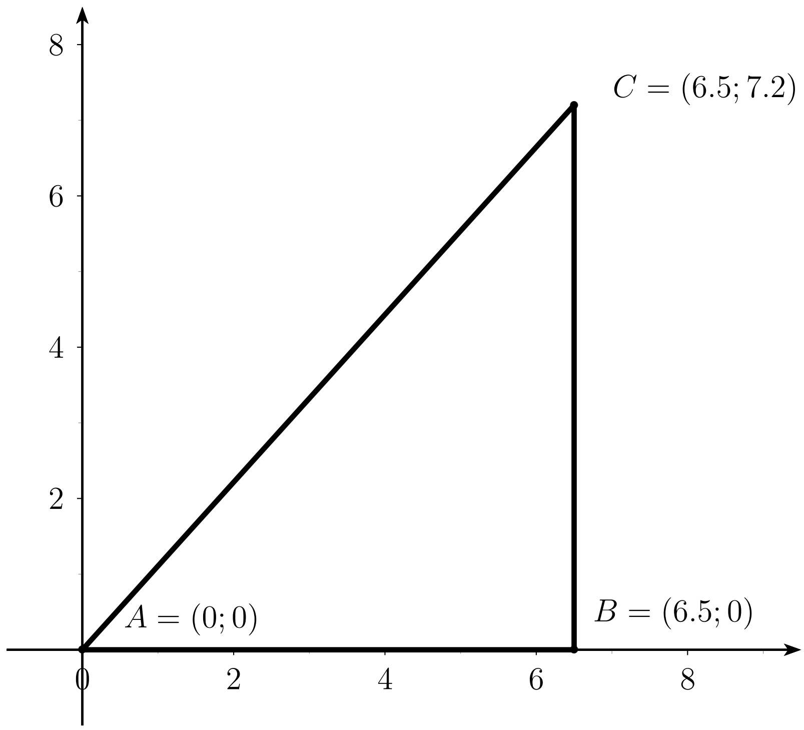


4.2.14 Une échelle de 4 m de long est appuyée contre la façade d'un bâtiment et l'angle entre l'échelle et le bâtiment est de 22°.

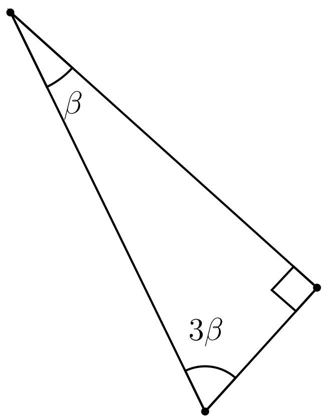
a) Calculer la distance entre le pied de l'échelle et le mur.

b) Si la distance entre le pied de l'échelle et le mur augmente de 1 m, de combien le point d'appui de l'échelle contre le mur va-t-il descendre ?

4.2.15 Le triangle ABC est-il rectangle ? Si c'est le cas, calculer la longueur $\overline{AC}$.



4.2.16 D'un triangle rectangle, on sait qu'un angle aigu est égal au triple de l'autre angle aigu.



a) Quelle est la mesure de chacun des trois angles ?

b) Si le petit côté adjacent à l'angle droit mesure 10 unités, quelle est la longueur des deux autres côtés ?

4.2.17 L'angle d'élévation du sommet d'une tour verticale est de 43° à 72 m de la tour, l'oeil de l'observateur étant à 1.10 m au dessus du sol. Quelle est la hauteur de cette tour ?

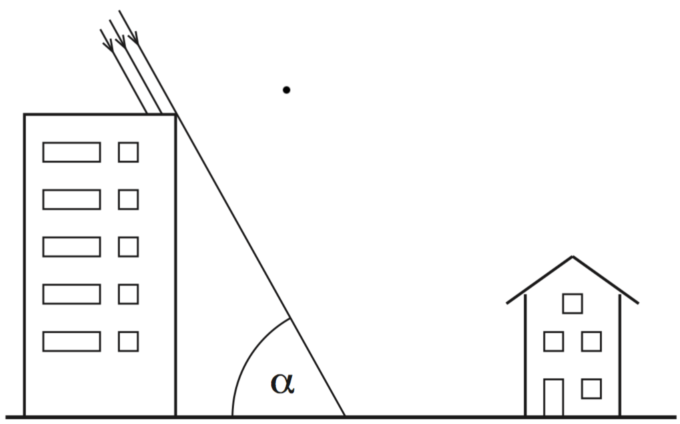
4.2.18 L'angle d'élévation du sommet d'une tour verticale dont le pied est inaccessible est 24° ; on s'avance de 32 m vers la tour sur une horizontale, et l'angle d'élévation du sommet est alors égal à 40°. On sait encore que l'oeil de l'observateur est élevé de 1.5 m. Quelle est la hauteur de la tour ?

4.2.19 Mesurer la distance d'un point A à un autre B inaccessible. On a pris une base AC, perpendiculaire à AB et longue de 80 m. L'angle formé au point C par les rayons visuels menés en A et en B égale 48°.

4.2.20 Deux observateurs, distants de 1750 m sur une horizontale, mesurent au même instant les hauteurs d'un point remarquable d'un nuage. Ce point est dans le plan vertical de la base d'observation, et les angles d'élévation sont 72° et 84°. Quelle est la hauteur du nuage s'il se trouve entre les deux observateurs ?

4.2.21 Une personne placée au bord d'une rivière voit sous un angle de 60° un arbre planté sur la rive opposée ; lorsqu'elle s'éloigne de 40 m, cet angle n'est plus que 20°. Quelle est la hauteur de l'arbre et la largeur de la rivière ?

4.2.22 Un propriétaire apprend que l'on va construire un immeuble de 20 m de haut à 40 m de sa maison (distance entre les deux murs les plus proches de l'immeuble et de la maison) ; on note α l'angle que forment les rayons du soleil avec le sol.



a) On suppose que $\alpha = 72°$; calculer la longueur (au cm près) de l'ombre de l'immeuble et vérifier que cette ombre ne touche pas la maison.

b) On suppose que $\alpha = 22°$; montrer par calculs que l'ombre de l'immeuble touche la façade la plus proche de la maison et calculer la hauteur maximale atteinte par l'ombre sur cette façade.

4.2.23 La grande pyramide de Chéops est une pyramide régulière dont la base est un carré auquel les égyptiens donnèrent des dimensions telles que l'on pouvait en parcourir un côté en 140 tours d'une roue d'une coudée royale de diamètre (une coudée royale mesure environ 0,524 m). Quant à la hauteur, elle mesurait 280 coudées royales. Calculer :

a) La longueur du côté de la base et celle des arêtes latérales de la pyramide (au cm près).

b) L'angle que les faces de la pyramide forment avec le sol.

4.2.24 Un bras de robot peut tourner autour de l'origine d'un repère Oxy (unité : le cm) et peut également varier en longueur.

a) La main du bras du robot se trouve au départ au point P de coordonnées $P(-50\,;\,0)$. Le bras du robot tourne alors d'un angle $\alpha = -205°$ et s'allonge de 10 cm. Quelles seront les coordonnées (au mm près) du point Q où se trouve la main du robot après ces deux opérations ?

b) La main du bras du robot se trouve au départ au point R de coordonnées $R(-20\,;\,48)$ et à la fin au point S de coordonnées $S(40\,;\,-30)$. De quel angle (à 0.1° près et avec son signe) le bras du robot a-t-il tourné et de combien la longueur du bras a-t-elle varié ?

4.3 Le cercle trigonométrique

4.3.1 Déterminer les valeurs exactes des rapports trigonométriques des angles de 45°, 30° et 60°.

4.3.2 Donner les expressions suivantes en fonction de t uniquement :

a) $\cos(270° + t)$

b) $\sin(-t - 270°)$

c) $\sin(t - 270°)$

d) $\cos(t - 270°)$

e) $\cos(-\dfrac{19\,\pi}{2} - t)$

f) $\sin(t + \frac{\pi}{2})\,\cos(\pi - t) - \cos(\frac{\pi}{2} - t)\,\sin(t)$

4.3.3 Résoudre les équations suivantes en donnant les solutions en degrés.

a) $\cos(t) = -\frac{1}{2}$

b) $\sin(t) = 0.829$

c) $\tan(t) = -0.754$

d) $\cos(t) = -1.43$

e) $\tan(t) = 5.33$

f) $\sin(3\,t) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$

g) $\tan(5\,t) = 3.273$

h) $\cos\left(\frac{t}{2}\right) = -\frac{1}{2}$

4.3.4 Résoudre les équations suivantes en donnant les solutions en radians.

a) $\sin\left(\frac{2t}{3}+\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}$

b) $\cos\left(\frac{t}{2}-\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}$

c) $\sin(3t)=\sin(2t)$

d) $\cos(2t)=\cos(4t)$

e) $\sin(2t)=\cos\left(3t+\frac{\pi}{4}\right)$

f) $\sin\left(\frac{4t}{3}\right)+\cos\left(\frac{t}{2}\right)=0$

g) $\tan(3t)=\cot(t)$

h) $\cos(2t)=\sin\left(\frac{\pi}{2}-4t\right)$

4.3.5 Résoudre les équations suivantes.

a) $4\cos^2(t)-4\cos(t)-3=0$

b) $2\sin^2(x)-3\sin(x)+1=0$

c) $3\sin^2(z)+8\cos(z)+1=0$

d) $3\sin^2(t)+\cos^2(t)-2=0$

e) $5\sin(x)=6\cos^2(x)$

f) $\cos(x)=\tan(x)$

g) $8\cos^2(t)+5\sin(t)-1=0$

h) $\tan^4(t)-4\tan^2(t)+3=0$

4.3.6 Résoudre les équations suivantes.

a) $3\cos(x)+2\sin(x)=-3$

b) $\sin(t)+3\cos(t)=3$

c) $\sin(x)-\cos(x)=\sqrt{2}$

d) $\sqrt{3}\cos(t)-\sin(t)=1$

e) $3\sin(t)+5\cos(t)=2$

f) $\sin(2x)+3\cos(2x)=2$

4.3.7 Résoudre les équations suivantes en utilisant la relation $\tan(x)=\sin(x)/\cos(x)$ pour obtenir une équation en $\tan(x)$.

a) $\sin(t)=3\cos(t)$

b) $\sin(\alpha)\cdot\cos(\alpha)-2\sin^2(\alpha)=0$

c) $\sin^2(t)-4\sin(t)\cdot\cos(t)+3\cos^2(t)=0$

d) $1-2\sin(x)\cdot\cos(x)-2\cos^2(x)=0$

e) $\cos^2(\varphi)+4\sin(\varphi)\cdot\cos(\varphi)-5\sin^2(\varphi)=0$

f) $5\sin^2(2t)+3\sin(t)\cdot\cos(t)-4=0$

4.3.8 Résoudre les équations suivantes en utilisant la relation $\tan(x) = \sin(x)/\cos(x)$ pour obtenir une équation en $\tan(x)$.

a) $\sin(2\,t) = \tan(t)$

b) $\cos(2\,x) + 2\,\sin(x)\cdot\cos(x) = 0$

c) $\sin(x)\cdot\cos(2\,x + \pi/3) = \sin^2(x)$

d) $1 + \sin(x) = \cos(2\,x)$

4.4 Le triangle quelconque

4.4.1 On aimerait construire un triangle ABC dont

- le côté a mesure 7 cm ;
- l'angle β vaut 52°.

Quelle mesure faut-il donner au côté b pour

a) qu'il soit possible de construire deux triangles différents ?

b) qu'il n'y ait qu'un seul triangle constructible ?

c) que la construction ne soit pas possible ?

Illustrer les trois cas ci-dessus à l'aide d'un dessin à la règle et au compas. Rédiger la marche à suivre de la construction du point b).

4.4.2 Est-il possible de construire un triangle rectangle ABC dont l'hypoténuse mesure 7.5 cm et dont l'un des côtés adjacent à l'angle droit mesure 3.9 cm ?

4.4.3 Construire les triangles ABC dont on connaît :

a) $a = 6$ cm $\quad b = 5$ cm $\quad \beta = 45°$

b) $c = 8$ cm $\quad \beta = 30° \quad \gamma = 120°$

4.4.4 Chaque ligne du tableau ci-dessous donne des informations sur un triangle ABC quelconque On sait que l'on a mesuré les longueurs en centimètres et les angles en degrés.

	a	b	c	α	β	γ	$\mathcal{A}$
a)	5	6	7				
b)	5	7		35			
c)	4	9				54	
d)			8	40	80		
e)	6	5					12
f)		4		70			10

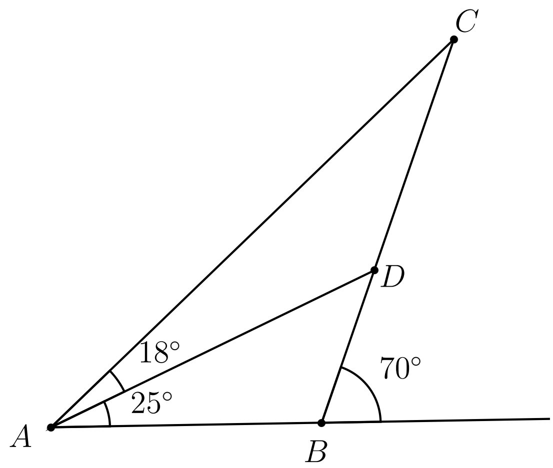
a) En utilisant uniquement les informations données dans le tableau ci-dessus avant qu'il ne soit complété, construire les triangles des points a), c) et d) à l'aide de la règle et du compas, en utilisant un rapporteur pour tracer les angles si nécessaire. Rédiger la marche à suivre de chaque construction.

b) Compléter le tableau par calcul.

4.4.5 Après avoir construit chaque triangle donné par les éléments ci-dessous, le résoudre :

a) $a = 8$, $b = 11$ et $\beta = 14°$ b) $b = 11$, $c = 9$ et $\gamma = 22°$ c) $a = 11$, $c = 12$ et $\alpha = 154°$

4.4.6 Calculer la longueur des segments BC, BD, AD et AB, sachant que la longueur du segment AC vaut 88 cm.



4.4.7 Un triangle ABC est donné par $a = 26.4$, $b = 16.2$ et $c = 20.7$. Calculer le rayon du cercle circonscrit au triangle.

4.4.8 D'un quadrilatère convexe $ABCD$, on donne l'angle en A : 110°, ainsi que les longueurs des quatres côtés : $AB = 3$, $BC = 6$, $CD = 6$ et $DA = 5$. Calculer l'aire et les angles du quadrilatère.

4.4.9 Sur la diagonale AC d'un rectangle $ABCD$, on considère un point O tel que $\widehat{BOC} = 57°$. Sachant que $AB = 36$ et $AO = 24$, calculer BC.

4.4.10 Pour déterminer l'altitude du sommet C d'une montagne, on choisit deux points

A et B distants de d mètres. On mesure les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABC}$ ainsi que l'angle d'élévation θ sous lequel on voit C depuis A. Quelle est l'altitude de C si celle de A vaut h ?

Application numérique : $d = 400$ m, $h = 1'000$ m, $\widehat{BAC} = 35°$, $\widehat{ABC} = 110°$ et $\theta = 20°$.

4.4.11 Montrer que l'aire d'un triangle ABC est égale à :

a) $\mathcal{A} = \dfrac{abc}{4r}$,

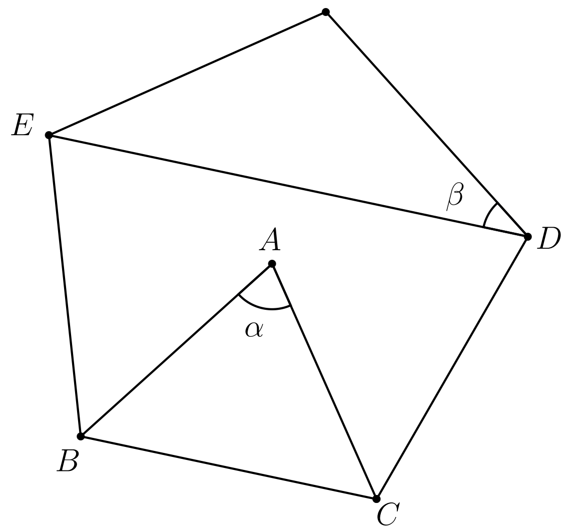
b) $\mathcal{A} = 2r^2 \sin(\alpha)\sin(\beta)\sin(\gamma)$,

où r désigne le rayon du cercle circonscrit au triangle.

4.4.12 On a tracé ci-dessous un pentagone régulier dont le côté mesure 4 cm. Le point A est le centre du pentagone.

a) Calculer la valeur des angles α et β.

b) Calculer la longueur des segments AB et DE.



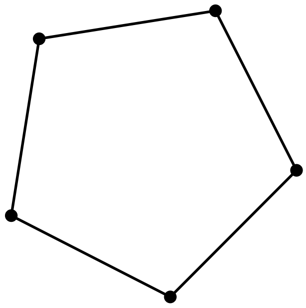
4.4.13 Dans le parallélogramme $ABCD$, on connaît $\overline{AB} = 30$, $\overline{BC} = 20$ et on sait que l'angle en B vaut $60°$. Calculer la longueur des diagonales de ce parallélogramme ainsi que l'angle déterminé par celles-ci. Trouver enfin l'aire du quadrilatère $ABCD$.

4.4.14 Calculer les trois côtés d'un triangle, sachant qu'ils sont exprimés par trois nombres entiers consécutifs et que le plus grand angle est le double du plus petit.

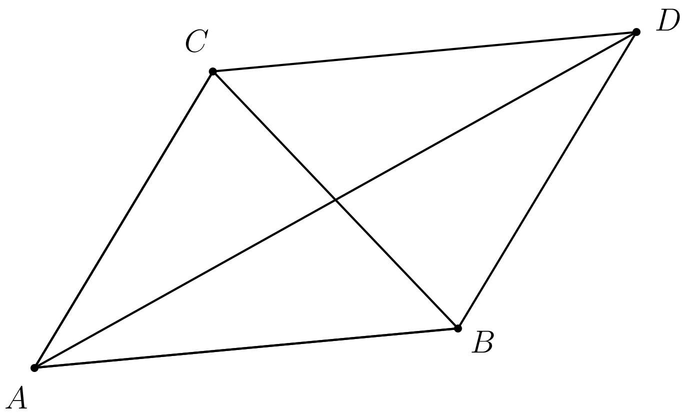
4.4.15 Dans le trapèze $ABCD$, les bases sont $\overline{AD} = 15$ m, $\overline{BC} = 10$ m et les côtés non parallèles sont $\overline{AB} = 8$ m, $\overline{CD} = 7$ m. Calculer les angles et l'aire du trapèze.

4.4.16 Le Pentagone est le plus grand bâtiment administratif au monde, si l'on considère la surface occupée. La base du bâtiment a la forme d'un pentagone régulier, dont chaque côté mesure 276 m.

Déterminer l'aire de la base du bâtiment.



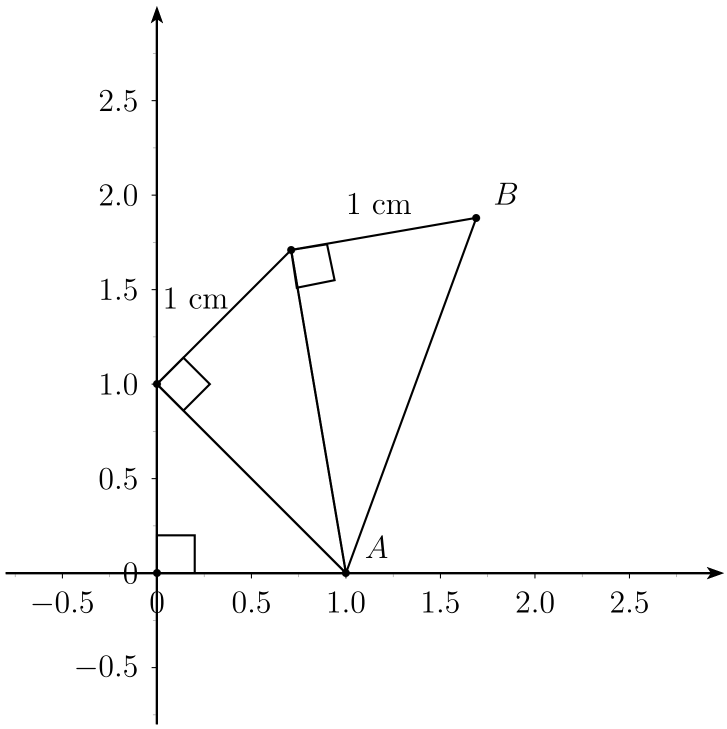
4.4.17 Comment partager un parallélogramme en quatre parties de même aire ?
Facile, il suffit de tracer les diagonales de ce parallélogramme, et on a ainsi quatre parties de même aire...



Est-ce vrai ?

4.4.18 Calculer les longueurs des bissectrices d'un triangle ABC si $a = 62.5$, $b = 48.2$ et $c = 37.8$.
On considère la bissectrice issue du sommet A comme étant le segment défini par le sommet A et l'intersection de cette bissectrice avec le côté a.

4.4.19 En utilisant les informations données sur le dessin, calculer la longueur $\overline{AB}$.



4.4.20 Calculer le côté et les angles inconnus d'un triangle ABC, connaissant $a = 5$, $c = 7$ et sachant que la longueur de la bissectrice issue de B est égale 4.5.

4.4.21 Pour calculer la distance séparant deux points A et B situés sur les rives opposées d'un fleuve, un géomètre choisit un point C situé sur la même rive à 240 m du point A. Il détermine alors que les angles $\angle BAC$ et $\angle ACB$ mesurent respectivement $63°24'$ et $54°6'$. Calculer la distance entre les points A et B (au cm près).

4.4.22 Pour un observateur, la direction de visée du sommet d'un pylône fait un angle de 53.6° avec l'horizontale ; en reculant de 7 m sur le sol horizontal dans le plan de visée, l'angle d'élévation n'est plus que 32°.
Quelle est la hauteur du pylône sachant que l'œil de l'observateur est à 1,7 m du sol ?

4.4.23 Une tour de 50 m de haut est située sur le flanc d'une colline. Depuis le pied de la tour, on descend de 220 m le long du flanc de la colline et on mesure l'angle vertical θ sous lequel on voit la tour, soit $\theta = 12.5°$.
Calculer l'angle d'inclinaison du flanc de la colline relativement à l'horizontale.

4.4.24 Un hélicoptère est en vol stationnaire 600 m au-dessus du sommet C d'une montagne qui culmine à 1'560 m d'altitude. Du sommet C et de l'hélicoptère, on peut voir le sommet S d'un deuxième pic plus élevé. Depuis l'hélicoptère, le sommet S est vu sous

un angle de dépression (angle vertical entre le rayon visuel descendant et l'horizontale) de 43° ; depuis le petit sommet C, on voit le sommet S sous un angle d'élévation (angle vertical entre le rayon visuel montant et l'horizontale) de 18°.
Calculer la distance entre les deux sommets, ainsi que l'altitude du sommet S.

4.4.25 A l'origine la Tour de Pise était perpendiculaire à la surface du sol et mesurait 54 m de hauteur. Comme elle s'enfonce dans le sol (en pivotant relativement au centre de sa base que l'on suppose fixe), elle penche maintenant d'un angle θ relativement à la verticale. Lorsque le centre du haut de la tour est observé à partir d'un point du sol (plat) distant de 45 m du centre de sa base (dans le plan vertical contenant la tour penchée, du côté où penche celle-ci), l'angle d'élévation est de 53.3°.
Calculer l'angle θ, ainsi que la distance séparant la position actuelle du centre du haut de la tour à sa position lors de l'édification de la tour.

4.5 Solutions des exercices

4.1.1

a) $30°$
b) $120°$
c) $126°$
d) $720°$
e) $-150°$
f) $450°$
g) $57.3°$
h) $40.1°$
i) $-114.6°$
j) $171.9°$

4.1.2

a) $\frac{\pi}{4}$
b) $\frac{\pi}{3}$
c) $\frac{5\pi}{12}$
d) $-\frac{\pi}{6}$
e) $\frac{2\pi}{3}$
f) $\frac{7\pi}{4}$
g) 0.40
h) -1.88
i) 5.10
j) 2.66

4.1.3

a) 172 mm
b) 95 mm

4.1.4

a) 84 mm
b) 140 mm

4.1.5

a) 1853 m
b) Non

4.1.6

90 km

4.1.7

$47°20'$N

4.1.8

1056 km

4.1.9

Circonférence : 40000km ; rayon : 6366 km

4.1.10

$L \simeq 8.38$ cm et $A \simeq 100.53$ cm^2.

4.1.11
La distance entre les points A et B est d'environ 221.66 km.

4.1.12 En une seconde, la Terre tourne de 0.00417 degrés.

4.1.13
a) $\frac{4}{5}$ tours/minute ; b) 288°/seconde.

4.1.14 509.30 tours/minutes.

4.1.15

a) 97,7 cm

b) 1832,60 cm^2

4.2.1
a) $\beta = 58°$, $AC \simeq 8.48$, $AB \simeq 5.30$; b) $\gamma = 58°$, $AC \simeq 2.65$, $AB \simeq 4.24$; c) $\beta = 63°$, $BC \simeq 22.03$, $AC \simeq 19.63$; d) $\beta \simeq 30.96°$, $\gamma \simeq 59.04$, $BC \simeq 11.66$; e) $\beta = 26°$, $BC \simeq 27.37$, $AB \simeq 24.60$; f) $\gamma = 45°$, $AC \simeq 8.49$, $AB \simeq 8.49$.

4.2.2
$BC \simeq 78.50$ cm, $CH \simeq 69.95$ cm, $HA \simeq 18.16$ cm.

4.2.3
Le clocher mesure ~ 27.62 m.

4.2.4
Il faut parcourir $2'721.03$ m.

4.2.5
Le rayon mesure ~ 6.39 m et la hauteur de la voûte est de ~ 8.57 m.

4.2.6
Le périmètre mesure 35.27 cm et l'aire est de 85.6 cm^2.

4.2.7
Le rayon est de ~ 22.62 cm.

4.2.8
La hauteur du bâtiment est de ~ 13.36 m.

4.2.9
Elle le voit sous un angle de $\sim 20.27°$.

4.2.10
La hauteur du jet d'eau est ~ 221 m.

4.2.11
a) $\widehat{JAI} \simeq 41.81°$, $\widehat{JAB} \simeq 48.19°$, $\widehat{JAD} \simeq 70.53°$; b) ~ 10.39 cm.

4.2.12
Angle au sommet : 36.87°. Angle de développement : 113.84° .

4.2.13
$\overline{AD} = 4$, $\overline{EB} = 3$, $\overline{BC} = 6$, $\widehat{ACB} = \widehat{AED} \simeq 53.13°$, $\widehat{BED} \simeq 126.87°$, $\widehat{CAB} \simeq 36.87°$.

4.2.14
La distance entre le pied de l'échelle et le mur vaut environ 1.5 m. Le point d'appui s'abaisse d'environ 58 cm.

4.2.15
$\overline{AC} = 9.7$

4.2.16
Les trois angles mesurent 90°, 22.5° et 67.5°. Les deux autres côtés mesurent environ 26.13 unités et 24.14 unités.

4.2.17 La hauteur de la tour est d'environ 68.24 m.

4.2.18
La hauteur de la tour est d'environ 31.9 m.

4.2.19
La distance de A à B vaut environ 89 m.

4.2.20
La hauteur du nuage est d'environ 4069.54 m.

4.2.21
L'arbre mesure environ 18.4 m de haut et la rivière 10.6 m de large.

4.2.22
a) 6.50 m ($<$ 40 m) ; b) 3.84 m

4.2.23
a) base : 230.47 m ; arêtes latérales : 219.28 m ; b) 51.85° .

4.2.24
a) $Q(54.4\,;\,-25.4)$; b) diminution de 2 cm ; variation d'un angle de $-149.5°$ ou $210.5°$

4.3.1
cf formulaire.

4.3.2

a) $\cos(270° + t) = \sin(t)$
b) $\sin(-t - 270°) = \cos(t)$
c) $\sin(t - 270°) = \cos(t)$
d) $\cos(t - 270°) = -\sin(t)$

e) $\cos(-\dfrac{19\,\pi}{2} - t) = \sin(t)$

f) $\sin(t + \frac{\pi}{2})\,\cos(\pi - t) - \cos(\frac{\pi}{2} - t)\,\sin(t) = -1$

4.3.3

a) $t_1 = 120^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z} \quad t_2 = -120^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

b) $t_1 \cong 56^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z} \quad t_2 \cong 124^\circ + k \cdot 360^\circ, k \in \mathbb{Z}$

c) $t \cong -37^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}$

d) Pas de solution

e) $t \cong 79.4^\circ + k \cdot 180^\circ, k \in \mathbb{Z}$

f) $t_1 = -20^\circ + k \cdot 120^\circ, k \in \mathbb{Z} \quad t_2 = 80^\circ + k \cdot 120^\circ, k \in \mathbb{Z}$

g) $t \cong 14.6^\circ + k \cdot 36^\circ, k \in \mathbb{Z}$

h) $t_1 = 240^\circ + k \cdot 720^\circ, k \in \mathbb{Z} \quad t_2 = -240^\circ + k \cdot 720^\circ, k \in \mathbb{Z}$

4.3.4

a) $t_1 = k \cdot 3\,\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \quad t_2 = \frac{3\pi}{4} + k \cdot 3\,\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$

b) $t_1 = \pi + k \cdot 4\,\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \quad t_2 = -\frac{\pi}{3} + k \cdot 4\,\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$

c) $t_1 = k \cdot 2\,\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \quad t_2 = \frac{\pi}{5} + k \cdot \frac{2\pi}{5}, \quad k \in \mathbb{Z}$

d) $t_1 = k \cdot \pi, \quad k \in \mathbb{Z} \quad t_2 = k \cdot \frac{\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$

e) $t_1 = \frac{\pi}{20} + k \cdot \frac{2\pi}{5}, \quad k \in \mathbb{Z} \quad t_2 = -\frac{3\pi}{4} + k \cdot 2\,\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$

f) $t_1 = -\frac{3\pi}{5} + k \cdot \frac{12\pi}{5}, \quad k \in \mathbb{Z} \quad t_2 = -\frac{3\pi}{11} + k \cdot \frac{12\pi}{11}, \quad k \in \mathbb{Z}$

g) $t = \frac{\pi}{8} + k \cdot \frac{\pi}{4}, \qquad k \in \mathbb{Z}$

h) $t_1 = k \cdot \pi, \quad k \in \mathbb{Z} \quad t_2 = k \cdot \frac{\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z}$

4.3.5

a) $t_1 = 120^\circ + k \cdot 360^\circ,\ k \in \mathbb{Z} \quad t_2 = 240^\circ + k \cdot 360^\circ,\ k \in \mathbb{Z}$

b) $x_1 = 90^\circ + k \cdot 360^\circ,\ k \in \mathbb{Z} \quad x_2 = 30^\circ + k \cdot 360^\circ,\ k \in \mathbb{Z} \quad x_3 = 150^\circ + k \cdot 360^\circ,\ k \in \mathbb{Z}$

c) $z = \pm 115.5^\circ + k \cdot 360^\circ,\ k \in \mathbb{Z}$

d) $t_1 = 45^\circ + k \cdot 360^\circ,\ k \in \mathbb{Z} \quad t_2 = 135^\circ + k \cdot 360^\circ,\ k \in \mathbb{Z} \quad t_3 = 225^\circ + k \cdot 360^\circ,\ k \in \mathbb{Z}$
$t_4 = 315^\circ + k \cdot 360^\circ,\ k \in \mathbb{Z}$

e) $x_1 = 41.8° + k \cdot 360°,\ k \in \mathbb{Z} \quad x_2 = 138.2° + k \cdot 360°,\ k \in \mathbb{Z}$

f) $x_1 = 38.2° + k \cdot 360°,\ k \in \mathbb{Z} \quad x_2 = 141.8° + k \cdot 360°,\ k \in \mathbb{Z}$

g) $t_1 = -42.4° + k \cdot 360°,\ k \in \mathbb{Z} \quad t_2 = 222.4° + k \cdot 360°,\ k \in \mathbb{Z}$

h) $t_1 = 45° + k \cdot 180°,\ k \in \mathbb{Z} \quad t_2 = -45° + k \cdot 180°,\ k \in \mathbb{Z} \quad t_3 = 60° + k \cdot 180°,\ k \in \mathbb{Z}$
$t_4 = -60° + k \cdot 180°,\ k \in \mathbb{Z}$

4.3.6

a) $x_1 = 180° + k \cdot 360°,\ k \in \mathbb{Z} \quad x_2 = 247.4° + k \cdot 360°,\ k \in \mathbb{Z}$

b) $t_1 = k \cdot 360°,\ k \in \mathbb{Z} \quad t_2 = 36.87° + k \cdot 360°,\ k \in \mathbb{Z}$

c) $x_1 = 135° + k \cdot 360°,\ k \in \mathbb{Z}$

d) $t_1 = -90° + k \cdot 360°,\ k \in \mathbb{Z} \quad t_2 = 30° + k \cdot 360°,\ k \in \mathbb{Z}$

e) $t_1 = -39° + k \cdot 360°,\ k \in \mathbb{Z} \quad t_2 = 100.9° + k \cdot 360°,\ k \in \mathbb{Z}$

f) $x_1 = 34.6° + k \cdot 180°,\ k \in \mathbb{Z} \quad x_2 = -16.17° + k \cdot 180°,\ k \in \mathbb{Z}$

4.3.7

a) $t = 71.57° + k \cdot 180°,\ k \in \mathbb{Z}$

b) $\alpha_1 = k \cdot 180°,\ k \in \mathbb{Z} \quad \alpha_2 = 26.57° + k \cdot 180°,\ k \in \mathbb{Z}$

c) $t_1 = 45° + k \cdot 180°,\ k \in \mathbb{Z} \quad t_2 = 71.57° + k \cdot 180°,\ k \in \mathbb{Z}$

d) $x_1 = 67.5° + k \cdot 180°,\ k \in \mathbb{Z} \quad x_2 = -22.5° + k \cdot 180°,\ k \in \mathbb{Z}$

e) $\varphi_1 = 45° + k \cdot 180°,\ k \in \mathbb{Z} \quad \varphi_2 = -11.31° + k \cdot 180°,\ k \in \mathbb{Z}$

f) $t_1 = 24.6° + k \cdot 180°,\ k \in \mathbb{Z} \quad t_2 = 65.4° + k \cdot 180°,\ k \in \mathbb{Z}$

4.3.8

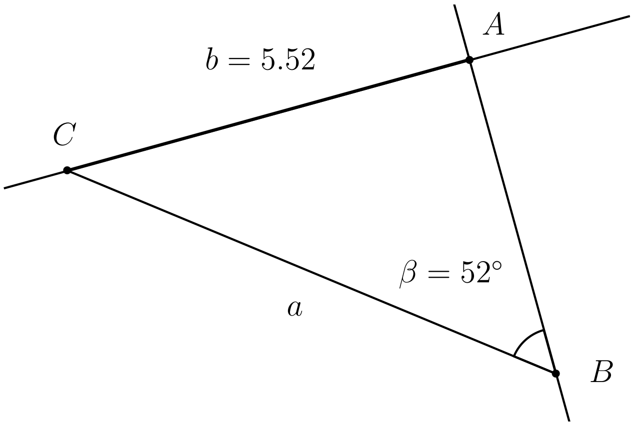
a) $t_1 = k \cdot 180°,\ k \in \mathbb{Z} \quad t_2 = 45° + k \cdot 90°,\ k \in \mathbb{Z}$

b) $x = 67.5° + k \cdot 90°,\ k \in \mathbb{Z}$

c) $x_1 = k\,\pi,\ k \in \mathbb{Z} \quad x_2 = \pi/18 + k \cdot 2\,\pi/3,\ k \in \mathbb{Z} \quad x_3 = 7\,\pi/6 + k \cdot 2\,\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

d) $x_1 = k\,\pi,\ k \in \mathbb{Z} \quad x_2 = 7\,\pi/6 + k \cdot 2\,\pi,\ k \in \mathbb{Z} \quad x_3 = 11\,\pi/6 + k \cdot 2\,\pi,\ k \in \mathbb{Z}$

4.4.1



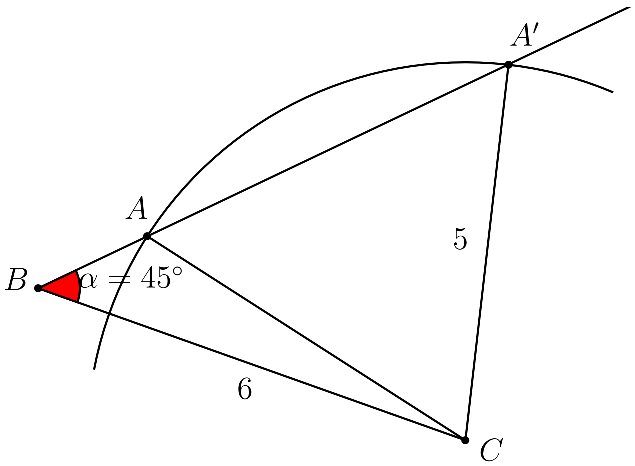
Pour qu'il n'y ait qu'un triangle possible, il faut que $b \simeq 5.52$ cm. Si $b < 5.52$ cm, la construction n'est pas possible. Si $5.52 < b < 7$ cm, il y a deux triangles possibles.
Si $b \geqslant 7$, 1 triangle.

4.4.2

C'est possible.

4.4.3

a) Deux triangles sont possibles:



b) On obtient ici un seul triangle.

4.4.4

	a	b	c	α	β	γ	$\mathcal{A}$
a)	5	6	7	44.4°	57.1°	78.5°	14.7
b)	5	7	8.7 / 2.8	35°	53.4°/ 126.6°	91.6°/ 18.4°	17.49 / 5.53
c)	4	9	7.4	26.0°	100.0°	54°	14.56
d)	5.9	9.1	8	40°	80°	60°	23.39
e)	6	5	5.0 / 9.8	73.7°/ 29.2°	53.1°/ 24.0°	53.1°/ 126.9°	12
f)	5.5	4	5.3	70°	43.6°	66.4°	10

4.4.5
a) $c = 18.6$, $\alpha = 10.1°$, $\gamma = 155.9°$; b) $a = 18.2/2.2$, $\alpha = 130.8°/5.3°$, $\beta = 27.3°/152.8°$; c) impossible.

4.4.6
$BC \simeq 63.8$ cm ; $BD \simeq 25.4$ cm ; $AD \simeq 56.5$ cm ; $AB \simeq 42.51$ cm.

4.4.7
Le rayon mesure 13.2.

4.4.8
Aire= 23.7 ; $\beta = 101.3°$; $\gamma = 67.3°$; $\delta = 81.4°$.

4.4.9
$BC = 15,3$

4.4.10
L'altitude du sommet C est 1224.13 m.

4.4.12
L'angle α mesure 72° et l'angle β mesure 36°. Le côté AB mesure environ 3.4 cm et le côté DE mesure environ 6.5 cm.

4.4.13
Les diagonales mesurent environ 26.46 et 43.59 unités. L'aire du parallélogramme vaut environ 519.6 unités carrées. Les angles mesurent 64.29° et 115.71°.

4.4.14
Les longueurs des côtés du triangles sont 4, 5 et 6.

4.4.15
L'aire du trapèze vaut 86.6 m.

4.4.16
La surface du pentagone vaut environ 131 059 m^2.

4.4.18
$b_A = 29.32$, $b_B = 42.63$ et $b_C = 51.59$

4.4.19
Le segment AB mesure 2 cm.

4.4.20
$\alpha = 39.1°$, $\beta = 79°$, $\gamma = 61.9°$, $b = 7.8$

4.4.21
Distance AB : 219.17 m

4.4.22
Hauteur du pylône : 9.81 m

4.4.23
5.3 °

4.4.24
Distance de C à S : 502 m ; altitude : 1715 m.

4.4.25
$\theta = 5.2°$; 4.92 m