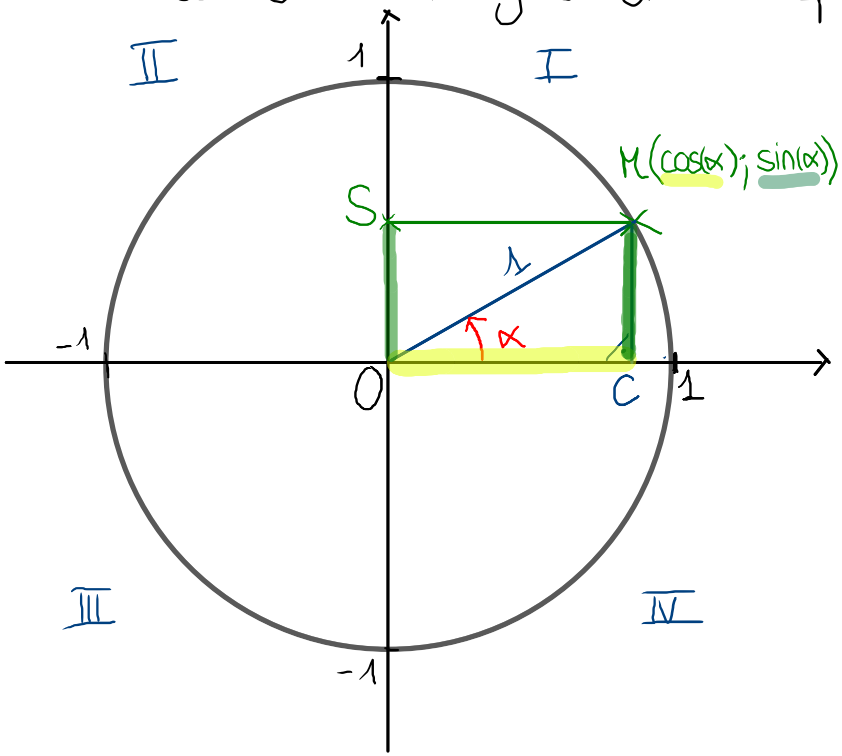
4.3 Le cercle trigonométrique

But : calculer $\sin(\alpha)$, $\cos(\alpha)$ et $\tan(\alpha)$ pour tout angle α si possible

Déf : Le cercle trigonométrique est un cercle de rayon 1 et de centre O où O est l'origine d'un repère Oxy



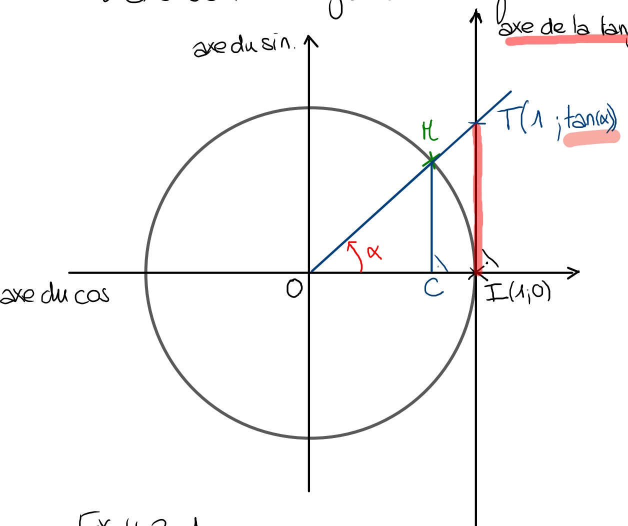
Soit M un point du cercle dans le quadrant I et $\triangle OCM$ rectangle en C avec C sur l'axe Ox (quadrant I)

$\cos(\alpha) = \dfrac{OC}{OM} = \dfrac{OC}{1} = OC$ ⇒ l'axe Ox est appelé l'axe du cosinus

$\sin(\alpha) = \dfrac{MC}{OM} = \dfrac{MC}{1} = MC = OS$ ⇒ l'axe Oy " l'axe du sinus

$\tan(\alpha) = \dfrac{MC}{OC} = \dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$

L'axe de la tangente est défini ainsi.



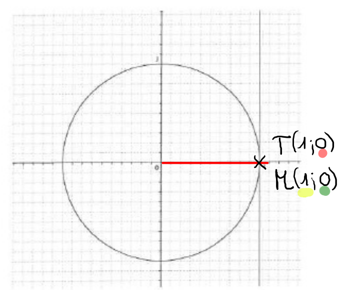
Par Thalès :

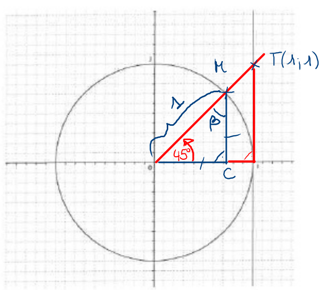
$$\tan(\alpha) = \frac{MC}{OC} = \frac{TI}{OI} = \frac{TI}{1} = TI$$

Ex 4.3.1

α	cos(α)	sin(α)	tan(α)
0°	1	0	0
30°			
45°	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°			
90°			

Valeurs exactes





ΔOMC est rectangle en C et isocèle car $\alpha = 45°$

$\Rightarrow \beta = 45°$

$\Rightarrow OC = MC$ ⊛

avec Pythagore : $OC^2 + \underbrace{MC^2}_{⊛\, OC^2} = 1^2 = 1$

$$2OC^2 = 1$$

$$OC^2 = \frac{1}{2}$$

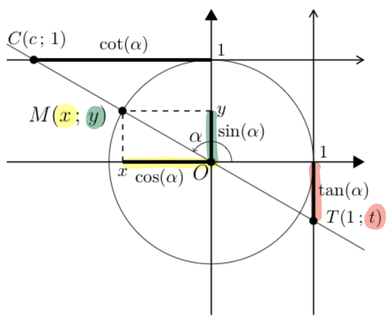
$$OC = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$\Rightarrow M\left(\frac{\sqrt{2}}{2} ; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$\Rightarrow \cos(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2} = \sin(45°)$

On peut étendre cette définition pour des angles > 90°.

Définitions des fonctions trigonométriques



$\cos(\alpha) = x$

$\sin(\alpha) = y$

$\tan(\alpha) = t$

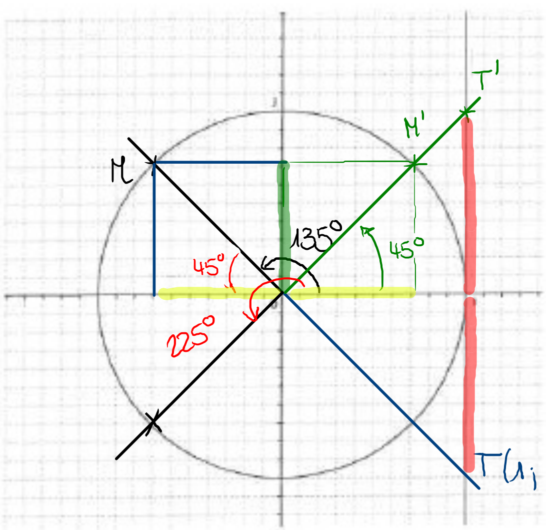
$\cot(\alpha) = c$

En résumé :
$\cos(\alpha)$ est la 1^e coord. de M.
$\sin(\alpha)$ " 2^e " " " .
$\tan(\alpha)$ " 2^e " " T.

formulaire p 31

Rappel : $\cos(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\sin(45°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $\tan(45°) = 1$

Exemple : Pour l'angle de 135° M et M' sont symétriques par rapport à l'axe du sinus



$\cos(135°) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin(135°) = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan(135°) = -1$

$M'\left(\frac{\sqrt{2}}{2} ; \frac{\sqrt{2}}{2}\right) \Rightarrow M\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} ; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$

$T'(1;1) \Rightarrow T(1;-1)$

Pour 225° : $\cos(225°) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\sin(225°) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$

$\tan(225°) = 1$

ex 1, 2 et 3 a) → f) graphique seulement sans calculatrice
feuilles