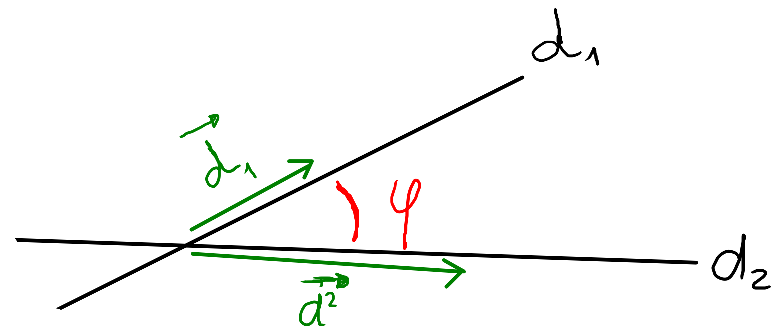
3.2 Questions métriques

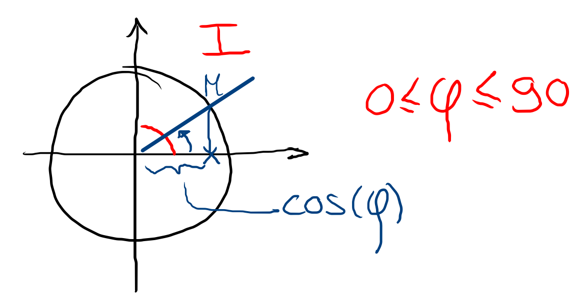
1. Angle aigu entre deux droites



Rappel : angle entre 2 vecteurs :

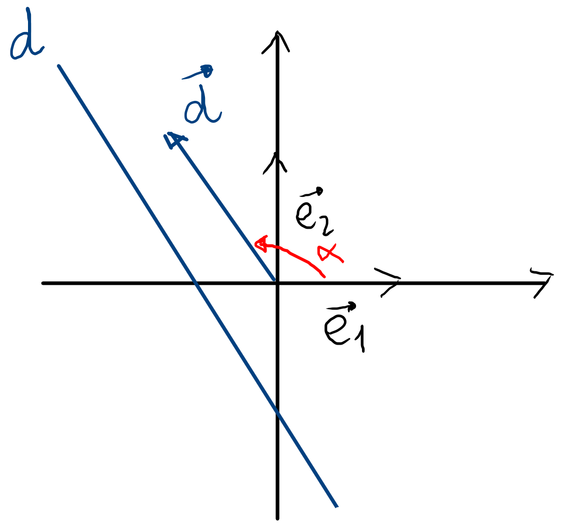
$$\cos(\varphi) = \frac{\vec{d_1} \cdot \vec{d_2}}{\|\vec{d_1}\| \cdot \|\vec{d_2}\|} \quad \text{avec } 0 \leq \varphi \leq 180°$$

Pour un angle φ aigu, $\cos(\varphi)$ est positif



dans quadrant I

$$\Rightarrow \boxed{\cos(\varphi) = \frac{|\vec{d_1} \cdot \vec{d_2}|}{\|\vec{d_1}\| \cdot \|\vec{d_2}\|}}$$



<u>Déf</u> : l'<u>angle directeur</u> de d est l'angle orienté entre $\vec{e}_1$ et $\vec{d}$

$$\Rightarrow \quad \vec{d} = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{pmatrix} \quad \Rightarrow \quad m = \frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \tan(\alpha)$$

<u>Thm</u> : Soit d_1 et d_2 deux droites de pente m_1 et m_2

l'angle orienté φ entre les droites est donné par

$$\boxed{\tan(\varphi) = \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 \cdot m_1}}$$
si $d_1 \not\perp d_2$ (sinon $m_1 \cdot m_2 = -1$)

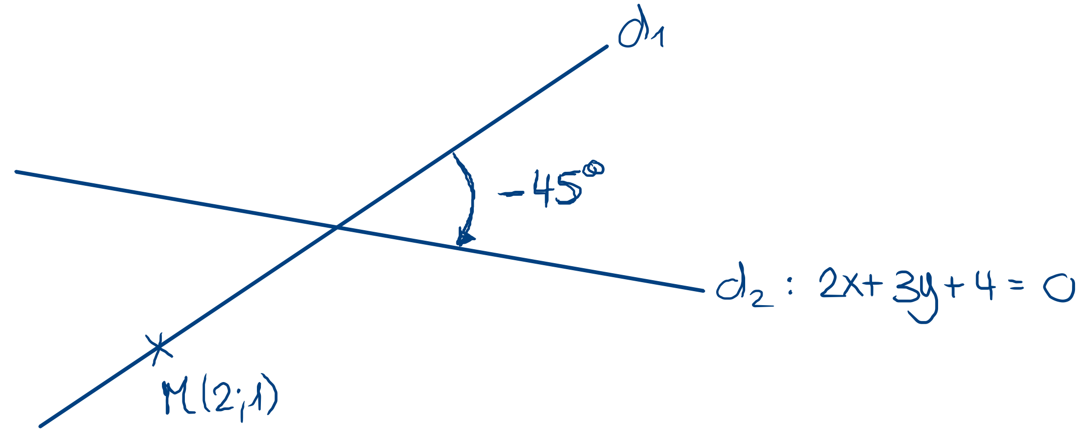
et si d_1 et d_2 ne sont pas verticales.

sans preuve

Pour l'angle aigu

$$\boxed{\tan(\varphi) = \left| \frac{m_2 - m_1}{1 + m_2 \cdot m_1} \right|}$$
si " "

3.2.3 Déterminer l'équation cartésienne de la droite d_1 passant par $M(2;1)$ et déterminant avec la droite $d_2 : 2x + 3y + 4 = 0$ un angle $\measuredangle(d_1; d_2) = -45^\circ$.



$m_2 = -\frac{2}{3}$

On cherche m_1

$$\underbrace{\tan(-45^\circ)}_{-1} = \frac{-\frac{2}{3} - m_1}{1 - \frac{2}{3} m_1}$$

$$\Leftrightarrow \quad -1\left(1 - \frac{2}{3} m_1\right) = -\frac{2}{3} - m_1 \quad \Leftrightarrow \quad -1 + \frac{2}{3} m_1 = -\frac{2}{3} - m_1$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{5}{3} m_1 = \frac{1}{3} \quad \Leftrightarrow \quad m_1 = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow \quad d_1 : \quad y = \frac{1}{5}x + h$$

$$M(2;1) \in d_1 \Rightarrow \quad 1 = \frac{1}{5} \cdot 2 + h \quad \Leftrightarrow \quad h = \frac{3}{5}$$

$d_1 : y = \frac{1}{5}x + \frac{3}{5}$

$\Leftrightarrow \quad x - 5y + 3 = 0$