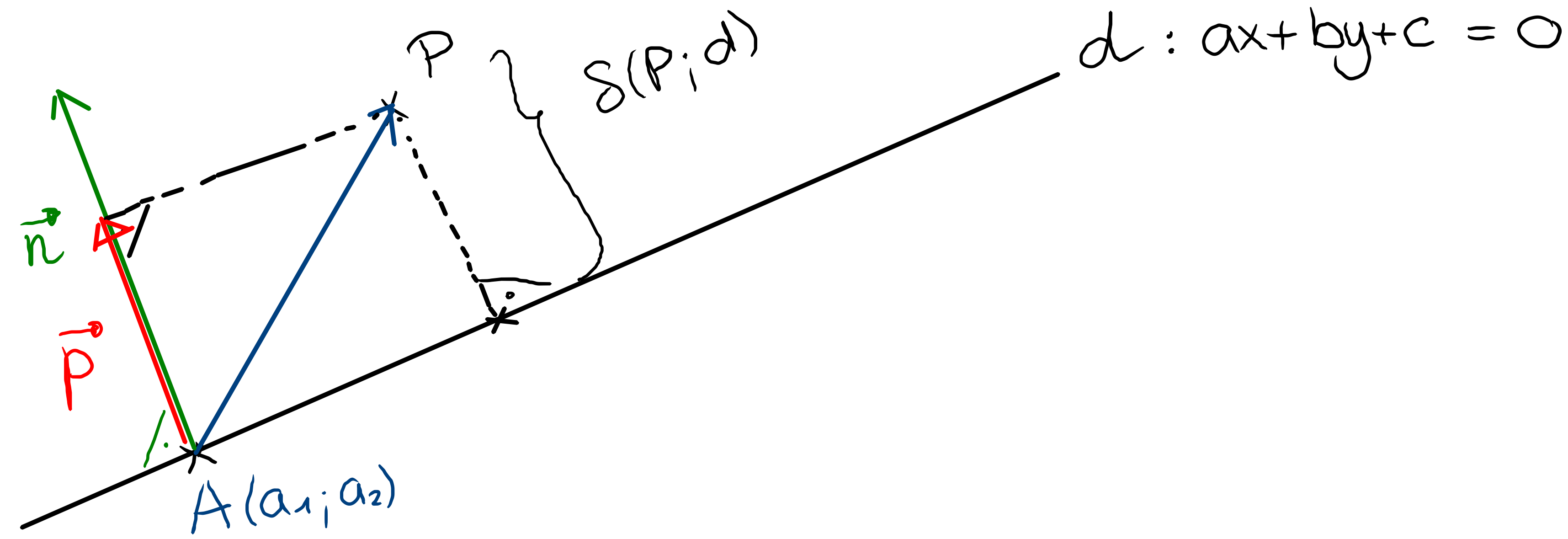
2. Distance d'un point à une droite

Soit $P(p_1; p_2)$

et $d : ax+by+c=0$



Soit $A(a_1; a_2) \in d$

et $\vec{n}$ un vecteur normal à d

$\Rightarrow \quad \delta(P;d) = \|\vec{p}\|$ avec $\vec{p}$ projection orthogonale de $\overrightarrow{AP}$ sur $\vec{n}$

$$= \frac{|\overrightarrow{AP}\cdot\vec{n}|}{\|\vec{n}\|} \quad \text{(formule (démontrée en 1e))}$$

$$\overrightarrow{AP}\cdot\vec{n} = \begin{pmatrix} p_1-a_1 \\ p_2-a_2 \end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = ap_1 - aa_1 + bp_2 - ba_2 = ap_1 + bp_2 \underbrace{- aa_1 - ba_2}$$

comme $A \in d \Rightarrow \quad aa_1 + ba_2 + c = 0 \Leftrightarrow c = \underbrace{-aa_1 - ba_2}$ (*)

$$\Rightarrow \quad \overrightarrow{AP}\cdot\vec{n} \overset{(*)}{=} ap_1 + bp_2 + c$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\delta(P;d) = \frac{|ap_1+bp_2+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$$

Exple $P(2; \frac{7}{2})$ $d: 3x - 4y + 1 = 0$

$$\delta(P; d) = \frac{\left|3 \cdot 2 - 4 \cdot \frac{7}{2} + 1\right|}{\sqrt{9+16}} = \frac{|6 - 14 + 1|}{5}$$

$$= \frac{|-7|}{5} = \frac{7}{5} \text{ u}$$

ex 3.2.5 / 6 / 7