Les équations cartésiennes d'une drte dans l'espace

$$d : \begin{cases} x = a_1 + k \cdot d_1 \\ y = a_2 + k \cdot d_2 \\ z = a_3 + k \cdot d_3 \end{cases} \quad \text{avec } A(a_1; a_2; a_3) \text{ et } \vec{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} k = \dfrac{x - a_1}{d_1} \\ k = \dfrac{y - a_2}{d_2} \\ k = \dfrac{z - a_3}{d_3} \end{cases} \Longrightarrow \boxed{\frac{x - a_1}{d_1} = \frac{y - a_2}{d_2} = \frac{z - a_3}{d_3}}$$

équ. cart.

avec $d_1 \cdot d_2 \cdot d_3 \neq 0$

Exples : a) $A(1; 5; 0)$ et $\vec{d} = \begin{pmatrix} -5 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$

équa. cart. : $\dfrac{x-1}{-5} = \dfrac{y-5}{-2} = \dfrac{z}{3}$

b) $\dfrac{x-7}{2} = \dfrac{y-5}{-6} = \dfrac{z-3}{3} \Longrightarrow A(7; 5; 3)$ et $\vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ -6 \\ 3 \end{pmatrix}$

$\Longrightarrow$ param. $\begin{cases} x = 7 + 2k \\ y = 5 - 6k \\ z = 3 + 3k \end{cases}, \; k \in \mathbb{R}$

on peut aussi écrire : $\begin{cases} \dfrac{x-7}{2} = \dfrac{y-5}{-6} \\ \dfrac{y-5}{-6} = \dfrac{z-3}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6x + 42 = 2y - 10 \\ 3y - 15 = -6z + 18 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3x - y = -26 \\ y + 2z = 11 \end{cases}$$

ex 3.4.1 / 4 / 5 c) d)

3.4.4

$$\begin{cases} 16x - 2y - 11z = 0 \\ 14x - y - 10z = 3 \end{cases}$$

2 équa et 3 inc. $\Longrightarrow$ paramètre !

$$\begin{cases} 16x - 2y = 11k \\ 14x - y = 3 + 10k \\ z = k \end{cases} \left| \begin{matrix} 1 \\ -2 \end{matrix} \right| \begin{matrix} 7 \\ -8 \end{matrix} \Longleftrightarrow \begin{cases} -12x = -6 - 9k \\ -6y = -24 - 3k \\ z = k \end{cases}$$

$$\Longleftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} + \frac{3}{4}k \\ y = 4 + \frac{1}{2}k \\ z = k \end{cases}, \quad k \in \mathbb{R}$$

$\Rightarrow$ passe par $\left(\frac{1}{2} ; 4 ; 0\right)$ et $\vec{d} = \begin{pmatrix} 3/4 \\ 1/2 \\ 1 \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

1) $\begin{cases} x = -1 + 3k \\ y = 3 + 2k \\ z = -2 + 4k \end{cases}$, avec $k \in \mathbb{R}$

2) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \\ -6 \end{pmatrix} + u \begin{pmatrix} -6 \\ -4 \\ -8 \end{pmatrix}$, avec $u \in \mathbb{R}$

3) $\begin{cases} 16x - 2y - 11z = 0 \\ 14x - y - 10z - 3 = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \left(\frac{1}{2}; 4; 0\right)$

et $\begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}$

4) $\dfrac{x+1}{6} = \dfrac{y-3}{4} = \dfrac{z+2}{8}$

$(-1; 3; -2)$

$\begin{pmatrix} 6 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow$ tous les vecteurs directeurs sont colinéaires.

1) $\Leftrightarrow$ 4) car passent aussi par le m̂ point

il reste à vérifier que $(-4; 1; -6)$ et $\left(\frac{1}{2}; 4; 0\right)$ $\in$ droite 1) par exple

$\begin{cases} -4 = -1 + 3k \\ 1 = 3 + 2k \\ -6 = -2 + 4k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{array}{l} k = -1 \\ 1 = 3 - 2 \ \checkmark \\ -6 = -2 - 4 \ \checkmark \end{array}$

et $\begin{cases} \frac{1}{2} = -1 + 3k \\ 4 = 3 + 2k \\ 0 = -2 + 4k \end{cases} \Leftrightarrow k = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} = -1 + 3 \cdot \frac{1}{2} \ \checkmark$

$4 = 3 + 2 \cdot \frac{1}{2} \ \checkmark$

#