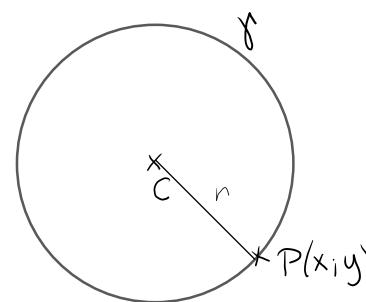


Géométrie (Ch.3 Math. II)

3.3 Le cercle

Définition : le cercle γ de centre $C(c_1, c_2)$ et de rayon r , $r \in \mathbb{R}$, est l'ensemble des points situés à une distance r de C .



$$\begin{aligned}
 \text{Ainsi } P(x, y) \in \gamma &\Leftrightarrow S(P; C) = r \\
 &\Leftrightarrow \|\vec{CP}\| = r \\
 &\Leftrightarrow \left\| \begin{pmatrix} x - c_1 \\ y - c_2 \end{pmatrix} \right\| = r \\
 &\Leftrightarrow \sqrt{(x - c_1)^2 + (y - c_2)^2} = r \\
 &\Leftrightarrow \boxed{(x - c_1)^2 + (y - c_2)^2 = r^2} \quad \text{équation cartésienne normale du cercle}
 \end{aligned}$$

Exemples : 1) $C(2, -5)$ et $r = 3 \Rightarrow \gamma : (x - 2)^2 + (y + 5)^2 = 9$

2) $\gamma : (x - 1)^2 + y^2 = 10 \Rightarrow C(1, 0)$ et $r = \sqrt{10}$

En développant l'équation cartésienne normale, on obtient :

$$\begin{aligned}
 x^2 - 2c_1x + c_1^2 + y^2 - 2c_2y + c_2^2 &= r^2 \\
 x^2 + y^2 - 2c_1x - 2c_2y + \underbrace{c_1^2 + c_2^2 - r^2}_{\text{nb}} &= 0
 \end{aligned}$$

C'est la forme développée

Exemple : $x^2 + y^2 - 16x + 12y + 19 = 0$ cercle ?

$$\begin{aligned}
 x^2 - 16x + 64 + y^2 + 12y + 36 &= -19 + 64 + 36 \\
 (x - 8)^2 + (y + 6)^2 &= 81
 \end{aligned}$$

c'est un cercle de centre $C(8, -6)$ et $r = 9$