

Ch.1 Algèbre

1. Puissances et racines

Définition : puissance n^e de a : $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ fois}}$

base → a n ← exposant

valable si n est un nombre entier positif non nul ($n \in \mathbb{N}^*$)

Exemples et propriétés

1) $5^2 \cdot 5^4 = 5^6$

2) $(7^2)^3 = 7^6$
 $7^2 \cdot 7^2 \cdot 7^2 = 7^{3 \cdot 2}$

3) $(2x)^3 = 2^3 x^3 = 8x^3$

mais : $(2+x)^3 = (2+x)(2+x)(2+x)$
prod. rem. $= 8 + 12x + 6x^2 + x^3$

$(2+x)^2 = 4 + 4x + x^2 \parallel \heartsuit$

4) $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \frac{3^2}{4^2} = \frac{9}{16}$

5) $\frac{x^5}{x^3} = x^2$

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$(a^n)^m = a^{n \cdot m}$$

$$(a \cdot b)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} \quad \text{si } n \geq m \\ \frac{a^n}{a^m} = \frac{1}{a^{m-n}} \quad \text{si } n < m \end{array} \right.$$



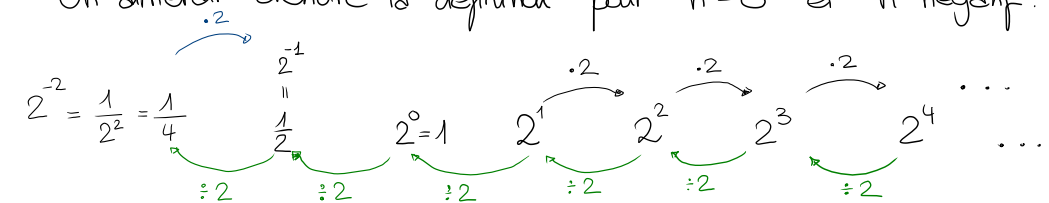
form. p. 10

← remplacée (voir plus loin)

Rem : si a est négatif alors a^n est $\begin{cases} \text{positif si } n \text{ est pair} \\ \text{négatif si } n \text{ est impair} \end{cases}$

exple : $(-3)^2 = 9$ \triangle $-3^2 = -9$
 $(-3)^3 = -27$

On aimerait étendre la définition pour $n=0$ et n négatif.



Def :

$$a^0 = 1 \quad \text{si } a \neq 0$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad \text{si } a \neq 0 \text{ et } n \in \mathbb{Z}$$

♥

Exemples et propriétés

1) $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

2) $(-3)^{-2} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

3) $8 \cdot 10^{-2} = 8 \cdot \frac{1}{100} = \frac{8}{100} = 0,08$ (not. scientifique)

4) $\frac{1}{7^{-5}} = \frac{1}{\frac{1}{7^5}} = 7^5$

$\frac{1}{a^{-n}} = a^n$
♥

5) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^3} = \frac{1}{\frac{2^3}{3^3}}$
 $= 1 \div \frac{2^3}{3^3} = 1 \cdot \frac{3^3}{2^3}$
 $= \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8}$

$\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n = \frac{b^n}{a^n}$
♥

Ainsi on a $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$, $a \neq 0$ et $m \in \mathbb{Z}$

Exemples

$$a) 2^{10} \cdot 2^{-5} \cdot 2^{-1} = 2^{10-5-1} = 2^4$$

$$b) (3x^{-2}y^3)^{-1} = \frac{1}{(3x^{-2}y^3)^1} = \frac{x^2}{3y^3}$$

ou

$$= 3^{-1} x^2 y^{-3} = \frac{x^2}{3y^3}$$

ex 1.1.1 et 1.1.2

, 1.1.3 et 1.1.5 ~~if~~

Exemples (suite)

$$c) \frac{3^2 x^3 y^{-5}}{3^{-2} x^3 y^{-6}} = 3^{2-(-2)} \cdot x^{3-3} \cdot y^{-5-(-6)}$$
$$= 3^4 \cdot x^0 \cdot y^1$$
$$= 3^4 y$$
$$= 81y$$

$$d) \left(\frac{x^{-2}}{2y^3} \right)^{-3} = \left(\frac{2y^3}{x^{-2}} \right)^3 = (2x^2 y^3)^3 = 8x^6 y^9$$

$$e) \left(\frac{x-3}{x+5} \right)^{-2} = \left(\frac{x+5}{x-3} \right)^2 = \frac{(x+5)^2}{(x-3)^2} = \frac{x^2+10x+25}{x^2-6x+9}$$

ex 1.1.6 rép sans exp. négatif