1MS Corrigé - Révision - Géométrie

Ex 1

a) $\vec{a} = \overrightarrow{BC} - \overrightarrow{ED} - \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CA}$

$= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{CA}$

$= \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DE} + \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{BB} + \overrightarrow{DC} = \vec{0} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DC}$

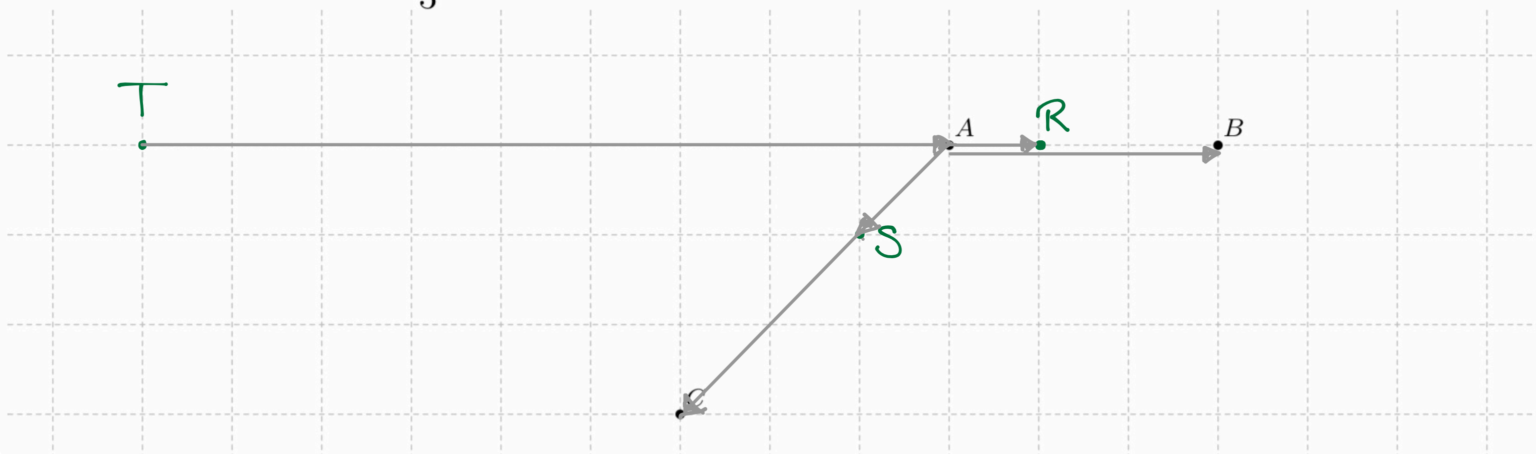
b) $\vec{b} = \overrightarrow{HC} - \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{AH}$

$= \overrightarrow{HC} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AH}$

$= \overrightarrow{AH} + \overrightarrow{HC} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AC}$

Ex 2

$\overrightarrow{AR} = \frac{1}{3} \cdot \overrightarrow{AB}, \qquad 2 \cdot \overrightarrow{AS} = \overrightarrow{SC}, \qquad \overrightarrow{TA} = 3 \cdot \overrightarrow{AB}.$



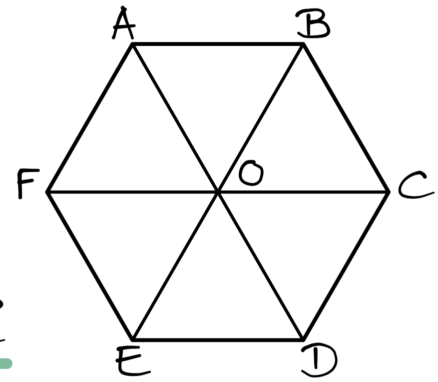
$2\overrightarrow{AS} = \overrightarrow{SC} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{AS} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow 2\overrightarrow{AS} = -\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{AS} = \overrightarrow{AC}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AS} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$

$\overrightarrow{TA} = 3\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \overrightarrow{AT} = 3\overrightarrow{BA}$



Ex 3

a) 1) $\vec{FO} + \vec{EO} = \vec{FO} + \vec{OB} = \vec{FB}$ $(= \vec{EC})$

2) $2\vec{AO} - \vec{OF} - \vec{BC} = 2\vec{AO} + \vec{FO} + \vec{CB} = \vec{AC}$

b) 1) $\vec{AB} = 0 \cdot \vec{OE} + 1 \cdot \vec{AB} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

2) $\vec{AD} = 2 \cdot \vec{OE} + 2\vec{AB} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$

3) $\vec{DF} = -1 \cdot \vec{OE} - 2\vec{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

Ex 4

a) $\vec{u} = -3\begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix} + 2\begin{pmatrix} 0 \\ -8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ -6 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -16 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 15 \\ -22 \end{pmatrix}$

b) $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1/4 \\ 4 \end{pmatrix} - \frac{2}{3}\begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/4 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -10/3 \\ 4/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1/4 + 10/3 \\ 4 - 4/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 43/12 \\ 8/3 \end{pmatrix}$

c) $\vec{w} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix} - 3\begin{pmatrix} 0 \\ -8 \end{pmatrix} + 5\begin{pmatrix} 1/4 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ -24 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5/4 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 - 0 + 5/4 \\ 2 + 24 + 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -15/4 \\ 46 \end{pmatrix}$

Ex 5

Des vecteurs forment une base $\Leftrightarrow$ ils ne sont pas colinéaires.

En comparant les composantes : $\begin{pmatrix} 5/4 \\ -2 \end{pmatrix}$ et $\begin{pmatrix} -30 \\ -4 \end{pmatrix}$ on voit qu'il n'existe pas de nombre k tel que $k \cdot \begin{pmatrix} 5/4 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -30 \\ -4 \end{pmatrix}$ donc les vecteurs ne sont pas colinéaires donc ils forment une base.

$\cdot 2$

$\cdot 2$

ou en utilisant le 2^e critère : $\frac{5}{4} \cdot (-4) - (-2)(-30) = -5 - 60 \neq 0$

Ex 6

On cherche k et m tels que $\vec{x} = k\cdot\vec{a} + m\cdot\vec{b} = \begin{pmatrix} k \\ m \end{pmatrix}_{B'}$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} -10 \\ 20 \end{pmatrix} = k\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} + m\begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -10 \\ 20 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k+3m \\ 2k-4m \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{array}{l} (I) \\ \\ \end{array}\begin{cases} k + 3m = -10 & | \cdot 4 \\ 2k - 4m = 20 & | \cdot 3 \end{cases} \Rightarrow + \begin{array}{l} 4k + 12m = -40 \\ 6k - 12m = 60 \\ \hline 10k \quad = 20 \\ k \quad = 2 \end{array}$$

on remplace dans (I)

$$\Rightarrow \quad 2 + 3m = -10$$

$$3m = -12$$

$$m = -4 \qquad \Rightarrow \quad \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -4 \end{pmatrix}_{B'}$$

Ex 7

a) $\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA} = \begin{pmatrix} -2 - 3 \\ 7 - (-6) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 13 \end{pmatrix}$

b) 1^e méthode : $\vec{OD} = \vec{OC} + \vec{CD} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix} \Rightarrow D(2;6)$

2^e méthode : on pose $D(d_1; d_2)$

$$\vec{CD} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1+3 \\ d_2-2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1+3 \\ d_2-2 \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} d_1 + 3 = 5 & \Rightarrow d_1 = 2 \\ d_2 - 2 = 4 & \Rightarrow d_2 = 6 \end{cases} \Rightarrow D(2;6)$$

Ex 8

a) M_{RS} milieu de $RS \Leftrightarrow M_{RS}\left(\frac{-3-2}{2};\frac{4-6}{2}\right) = \underline{M_{RS}\left(-\frac{5}{2};-1\right)}$

b) On pose $U(u_1;u_2)$

$M_{TU}(-1;2) = M_{TU}\left(\frac{4+u_1}{2};\frac{-5+u_2}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{4+u_1}{2} = -1 & |\cdot 2 \Rightarrow 4+u_1 = -2 \\ \frac{-5+u_2}{2} = 2 & |\cdot 2 \Rightarrow -5+u_2 = 4 \end{cases}$

$u_1 = -6$ et $u_2 = 9 \Rightarrow \underline{U(-6;9)}$

c) G centre de gravité du $\Delta ABC \Leftrightarrow G\left(\frac{-5+4-2}{3};\frac{6+8+1}{3}\right) = \underline{G(-1;5)}$

d) * Soit $F(f_1;f_2)$ $M_{DF}\left(3;\frac{1}{2}\right) = \left(\frac{3+f_1}{2};\frac{6+f_2}{2}\right)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3+f_1}{2} = 3 & |\cdot 2 \Rightarrow 3+f_1 = 6 \Rightarrow f_1 = 3 \\ \frac{6+f_2}{2} = \frac{1}{2} & |\cdot 2 \Rightarrow 6+f_2 = 1 \Rightarrow f_2 = -5 \end{cases} \Rightarrow \underline{F(3;-5)}$

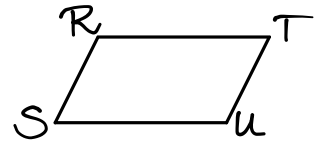
* Soit $E(x;y)$

$G(1;0) = \left(\frac{3+3+x}{3};\frac{6-5+y}{3}\right) = \left(\frac{6+x}{3};\frac{1+y}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} \frac{6+x}{3} = 1 \\ \frac{1+y}{3} = 0 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} 6+x = 3 \\ 1+y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \end{cases} \Rightarrow \underline{E(-3;-1)}$

Ex 9

a) RSUT est un //-gramme $\Leftrightarrow \vec{RS} = \vec{TU}$ ⊛



avec $U(u_1; u_2)$

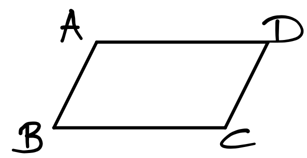
$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2-(-3) \\ 1-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 - 1 \\ u_2 - 4 \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} u_1 - 1 \\ u_2 - 4 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 - 1 = 5 & \Rightarrow u_1 = 6 \\ u_2 - 4 = 2 & \Rightarrow u_2 = 6 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ $U(6;6)$

autre méthode : $\vec{OU} = \vec{OT} + \underbrace{\vec{TU}}_{⊛\ = \vec{RS}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 6 \end{pmatrix} \Rightarrow U(6;6)$

b) * Soit $A(a_1; a_2)$



$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} 1 - a_1 \\ -2 - a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - a_1 = 4 & \Rightarrow a_1 = -3 \\ -2 - a_2 = -5 & \Rightarrow a_2 = 3 \end{cases} \Rightarrow A(-3;3)$$

autre méthode : $\vec{OA} = \vec{OC} + \vec{CA} = \vec{OC} - \vec{AC}$

$$= \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow A(-3;3)$$

* Soit $B(b_1; b_2)$ ABCD //-gramme $\Leftrightarrow \vec{AD} = \vec{BC}$

$$\Leftrightarrow \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - b_1 \\ -2 - b_2 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = 1 - b_1 & \Rightarrow b_1 = -1 \\ 0 = -2 - b_2 & \Rightarrow b_2 = -2 \end{cases} \Rightarrow B(-1;-2)$$

autre méthode : $\vec{OB} = \vec{OC} + \vec{CB} = \vec{OC} + \vec{DA} = \vec{OC} - \vec{AD} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow B(-1;-2)$

* Soit $D(d_1; d_2)$, $\vec{AD} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} d_1 - (-3) \\ d_2 - 3 \end{pmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} d_1 + 3 = 2 & \Rightarrow d_1 = -1 \\ d_2 - 3 = 0 & \Rightarrow d_2 = 3 \end{cases}$

$\Rightarrow$ $D(-1;3)$

autre méthode : $\vec{OD} = \vec{OA} + \vec{AD} = \begin{pmatrix} -3 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \Rightarrow D(-1;3)$