Colinéarité

est équivalent à

$\vec{a} \sim \vec{b}$ $\Longleftrightarrow$ (si et seulement si) $\vec{a}$ et $\vec{b}$ ont la même direction (déf)

$\Longleftrightarrow$ $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$, avec $k \in \mathbb{R}$ (1e critère)

"appartient à"

$\Longleftrightarrow$ $\underbrace{a_1 b_2 - a_2 b_1}_{\det(\vec{a};\vec{b})} = 0$ (2e critère)

♡

avec $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix}$

Exemple : $\vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix}$ $\vec{b} = \begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix}$ $\vec{a} \sim \vec{b}$?

On cherche $k \in \mathbb{R}$ tq $\vec{a} = k \cdot \vec{b}$ (1e critère)

$$\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix} = k \begin{pmatrix} -6 \\ 9 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 4 \\ -6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6k \\ 9k \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} 4 = -6k \iff k = \frac{4}{-6} = -\frac{2}{3} \\ -6 = 9k \iff k = \frac{-6}{9} = -\frac{2}{3} \end{cases} \checkmark$$

$\Longrightarrow$ $\vec{a} = -\frac{2}{3}\vec{b}$

$\Longleftrightarrow$ $\vec{a} \sim \vec{b}$

Rem : $\vec{a} = -\frac{2}{3}\vec{b} \iff \vec{b} = -\frac{3}{2}\vec{a}$

1.3.1 Relativement à une base $\mathfrak{B}$ de V_2, on considère les vecteurs :

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \vec{c} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \end{pmatrix}, \vec{e} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\vec{f} = \begin{pmatrix} 6 \\ -4 \end{pmatrix}, \vec{g} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3/2 \end{pmatrix}, \vec{h} = \begin{pmatrix} 1/9 \\ 1/3 \end{pmatrix}, \vec{i} = \begin{pmatrix} 0 \\ 2/3 \end{pmatrix}.$$

Regrouper les vecteurs qui sont colinéaires.

- $\vec{a} \sim \vec{d} \sim \vec{e} \sim \vec{h}$ car $\vec{d} = 2\vec{a}$, $\vec{e} = 0 \cdot \vec{a}$, $\vec{a} = 9 \cdot \vec{h}$

Le vecteur nul, ici $\vec{e}$, est colinéaire à tous les vecteurs.

- $\vec{b} \sim \vec{i} \sim \vec{e}$
- $\vec{c} \sim \vec{g} \sim \vec{e}$ car $\vec{c} = -2\vec{g}$
- $\vec{f} \sim \vec{e}$

Ex 1.33

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 5 \end{pmatrix} \qquad \vec{c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$\vec{x} \sim \vec{a}$ et $\vec{x} + \lambda \vec{b} = \vec{c}$

$\Updownarrow$

$\vec{x}$ multiple de $\vec{a}$

$$\vec{x} = k \cdot \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7k \\ -2k \end{pmatrix}$$