

Points alignés

Soit $A(5;2)$ $B(6;-3)$ et $C(3;13)$.

A, B et C sont -ils alignés?

$$\vec{BA} = \begin{pmatrix} 5-6 \\ 2+3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} 3-5 \\ 13-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 11 \end{pmatrix}$$

$$\vec{BA} \not\sim \vec{AC}$$

colinéaires

~ veut dire colinéaires

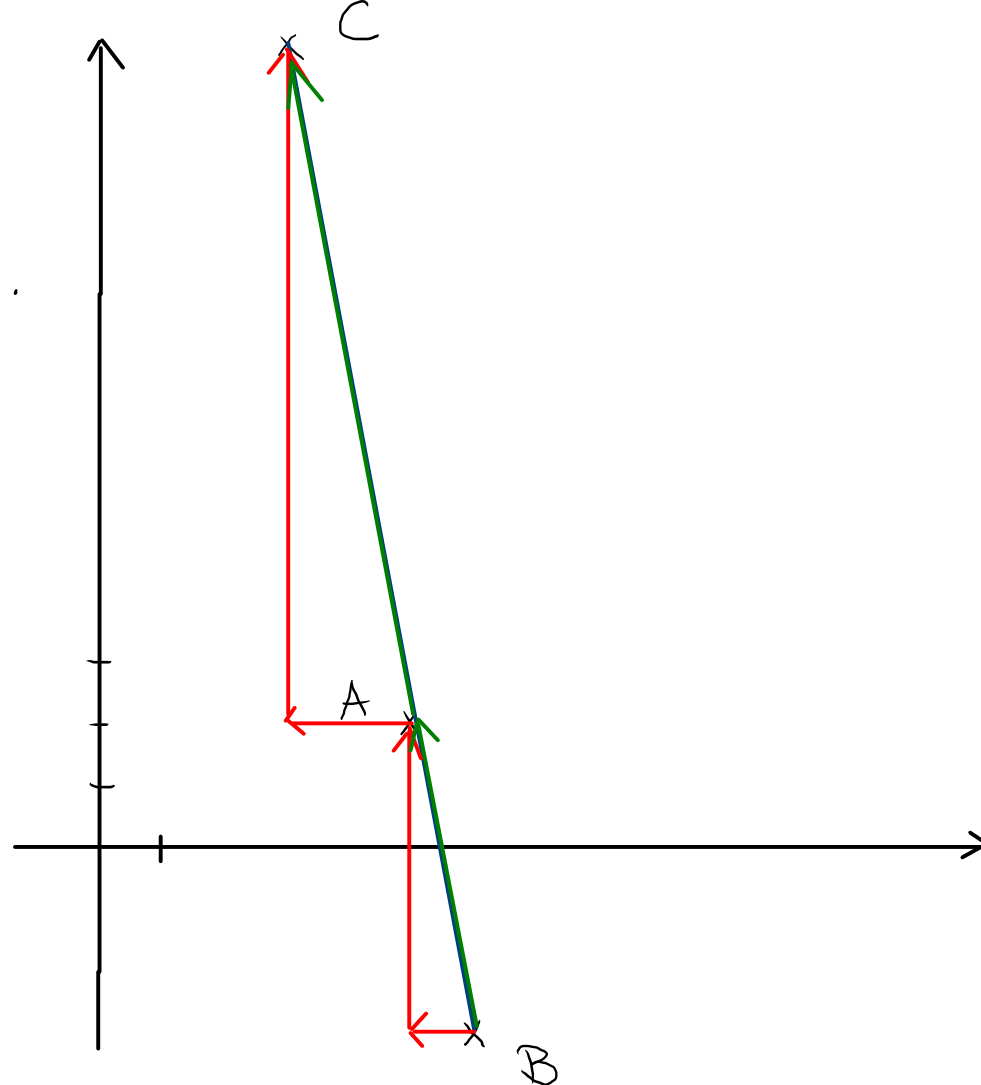
mais ici comme le symbole est tracé, c'est non colinéaires.

car

$$-2 = 2 \cdot (-1) \quad \text{mais}$$

$$11 \neq 2 \cdot 5$$

$$\text{donc} \quad \vec{AC} \neq k \cdot \vec{BA}$$



\Rightarrow A, B et C ne sont pas alignés

variante : avec 2^e critère : $\begin{pmatrix} -1 \\ 5 \end{pmatrix} \not\sim \begin{pmatrix} -2 \\ 11 \end{pmatrix} \Leftrightarrow -1 \cdot 11 - 5(-2) = -11 + 10 = -1 \neq 0$

1.3.12 Déterminer dans chaque cas la constante k pour les points A , B et C soient alignés :

a) $A(1; 2)$, $B(-3; 3)$ et $C(k; 1)$

$$A, B \text{ et } C \text{ sont alignés} \Leftrightarrow \vec{AB} \sim \vec{AC}$$

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} -3-1 \\ 3-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$$

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} k-1 \\ 1-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k-1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

(2^e critère
de
colinéarité)

$$-4 \cdot (-1) - 1 \cdot (k-1) = 0$$

$$4 - k + 1 = 0$$

$$5 = k$$

$$\Rightarrow C(5; 1)$$

b) $A(2; k)$ $B(7k-29; 5)$ et $C(-4; 2)$

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} -4-2 \\ 2-k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2-k \end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} = \begin{pmatrix} -4-(7k-29) \\ 2-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4-7k+29 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25-7k \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$b) \quad A(2, k) \quad B(7k-29; 5) \quad \text{et} \quad C(-4, 2)$$

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} -4 - 2 \\ 2 - k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -6 \\ 2 - k \end{pmatrix}$$

$$\vec{BC} = \begin{pmatrix} -4 - (7k-29) \\ 2 - 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 - 7k + 29 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 25 - 7k \\ -3 \end{pmatrix}$$

A, B et C sont alignés $\Leftrightarrow \vec{AC} \sim \vec{BC}$

2^e critère

$$\Leftrightarrow -6 \cdot (-3) - (2-k)(25-7k) = 0$$

$$\Leftrightarrow 18 - \left(50 - \frac{14k - 25k}{-39k} + 7k^2 \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 18 - 50 + 39k - 7k^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow -7k^2 + 39k - 32 = 0$$

$$\Delta = 39^2 - 4 \cdot (-7) \cdot (-32) = 625$$

$$\Leftrightarrow k_{1,2} = \frac{-39 \pm 25}{-14} = \begin{cases} 1 \\ \frac{-64}{-14} = \frac{32}{7} \end{cases}$$

Ex 1.3.14

$$A(7; -3) \quad B(23; -6)$$

C sur Ox et A, B, C alignés

$$C(x; 0)$$

$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 16 \\ -3 \end{pmatrix}$$

$$\vec{AC} = \begin{pmatrix} x-7 \\ 3 \end{pmatrix}$$

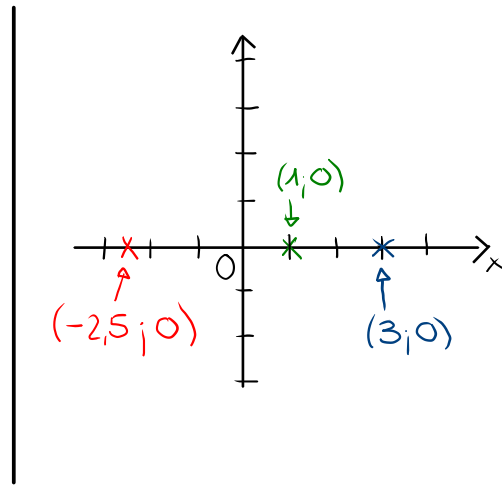
$$\Rightarrow \vec{AB} \sim \vec{AC} \Leftrightarrow 16 \cdot 3 - (-3)(x-7) = 0$$

$$\Leftrightarrow 48 + 3x - 21 = 0$$

$$\Leftrightarrow 3x + 27 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = -9$$

$$\Rightarrow \underline{C(-9, 0)}$$



Un point sur Ox
a tjs la deuxième
coordonnée = 0