

Exercice 1

Compléter, uniquement sur la base de la représentation graphique de la fonction f ci-dessous.

a) $ED(f) = \mathbb{R} - \{5\}$

b) $f(8) = 2$

$f(6) = 4$

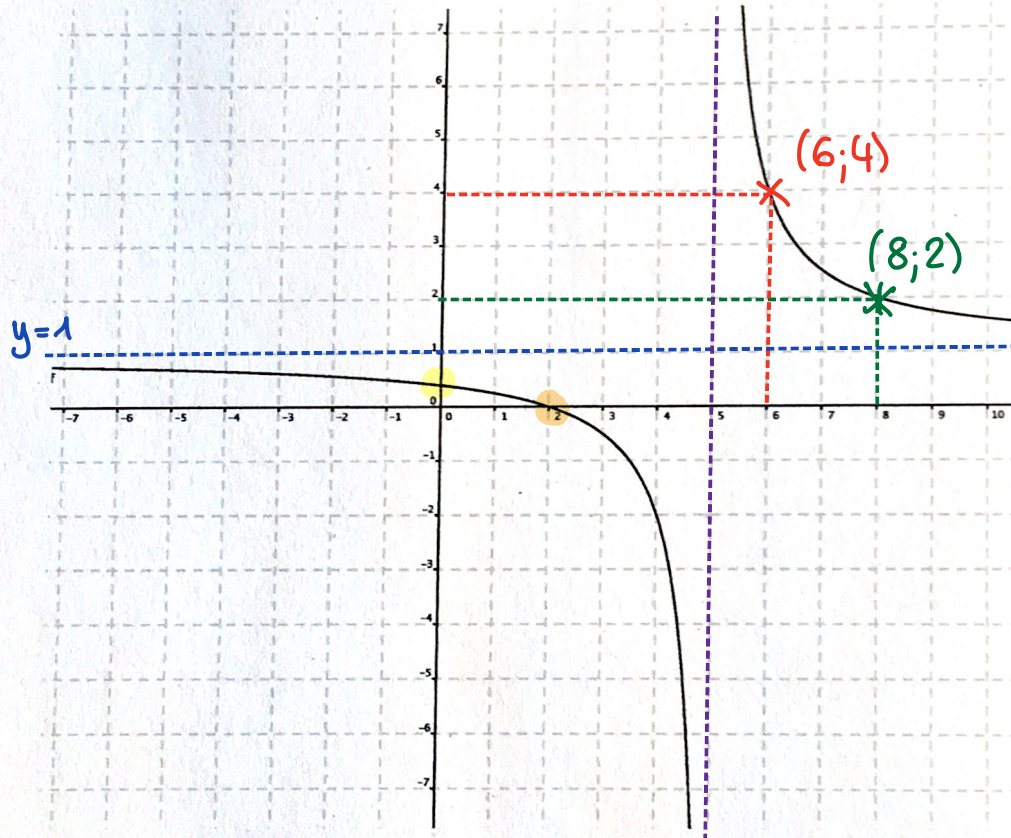
$f(\quad) = 1$ impossible

c) Ordonnée à l'origine : $\sim 0,4$
($= f(0)$)

d) Zéro(s) de f : 2

e) Étude du signe de f :

x	2	5
$\text{sgn}(f)$	+	-



Ex 2

a) $f(x) = \sqrt{x^2 - 81}$

cond: $x^2 - 81 \geq 0 \Leftrightarrow (x+9)(x-9) \geq 0$

x	-9	9
$x^2 - 81$	+ 0 -	0 +

$\Rightarrow \underline{ED(f) =]-\infty; -9] \cup [9; +\infty[}$

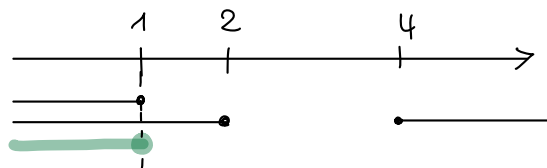
b) $f(x) = \frac{2x^3 - 5x + 4}{-x^3 + 5x^2 - 4x}$

cond: $-x^3 + 5x^2 - 4x \neq 0$
 $-x(x^2 - 5x + 4) \neq 0$
 $-x(x-4)(x-1) \neq 0$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $0 \quad 4 \quad 1$

$\Rightarrow ED(f) = \mathbb{R}^* - \{1; 4\}$

c) $f(x) = \sqrt{1-x} \sqrt{x^2 - 6x + 8}$

cond: $1-x \geq 0$ et $x^2 - 6x + 8 \geq 0$
 $1 \geq x$ et $(x-4)(x-2) \geq 0$



$\Rightarrow ED(f) =]-\infty; 1]$

Ex 3

a) $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4x - 12$

$ED(f) = \mathbb{R}$

zéros : $\underbrace{x^3 + 3x^2 - 4x - 12}_{x^2(x+3) - 4(x+3)} = 0$

$(x+3)(x^2 - 4) = 0$
 $(x+3)(x+2)(x-2) = 0$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
 $-3 \quad -2 \quad 2$

ou Horner :

$x=2: 8+12-8-12=0 \quad \checkmark$

1	3	-4	-12
2	2	10	12
1	5	6	0

$\Rightarrow (x-2)(x^2 + 5x + 6) = (x-2)(x+2)(x+3)$

signe :

x	-3	-2	2
f	-	+	-

 $f(1000) : +$

$$b) f(x) = \frac{5(x-2)^2(3-x)}{(x+2)(x-4)}$$

$$ED(f) = \mathbb{R} - \{-2; 4\} \quad \text{v.i. : } -2 \text{ et } 4$$

zéros : 2 (2) et 3

signe :

x	-2	2	3	4
f	+	0 (2)	-	0
	+		-	+

↖ f(1000) : $\frac{-}{+}$

$$c) f(x) = \frac{8x}{(x-2)^2} + 1 = \frac{8x}{(x-2)^2} + \frac{(x-2)^2}{(x-2)^2} = \frac{8x + x^2 - 4x + 4}{(x-2)^2} = \frac{x^2 + 4x + 4}{(x-2)^2} = \frac{(x+2)^2}{(x-2)^2}$$

$$ED(f) = \mathbb{R} - \{2\} \quad \text{v.i. : } 2 \text{ (2)}$$

zéro : -2 (2)

signe :

x	-2	2
f	+	0 (2)
	+	(2)

↖ f(1000) : $\frac{+}{+}$

$$d) f(x) = \frac{2x^2 + 5x - 3}{x^2 - 9}$$

$$ED(f) = \mathbb{R} - \{\pm 3\} \quad \text{v.i. : } -3 \text{ et } 3$$

zéros : $2x^2 + 5x - 3 = 0 \quad \Delta = 25 + 24 = 49 \Rightarrow x_{1,2} = \frac{-5 \pm 7}{4} = \begin{cases} -3 \\ \frac{1}{2} \end{cases}$

signe :

x	-3	1/2	3
f	+	0	-
	+	(2)	-

↖ f(1000) : $\frac{+}{+}$

valeur double

$$\begin{cases} -3 \\ \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$e) f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{x^3 + 2x^2} = \frac{\sqrt{1-x}}{x^2(x+2)}$$

$\downarrow$ 0 (2) $\searrow$ -2

cond : $1-x \geq 0$ et $x \neq 0$ et $x \neq -2$
 $1 \geq x$

$$\Rightarrow ED(f) =]-\infty; 1] - \{-2; 0\}$$

zéro : $\sqrt{1-x} = 0 \Leftrightarrow 1-x = 0 \Leftrightarrow x = 1$

signe :

x	-2	0	1
f	-		+
	-	(2)	+

$\sqrt{1-x}$ tjs pos.
 x^2 " "

Exercice 4

Donner l'étude du signe des fonctions suivantes.

