

1.4.3 Calculer les déterminants suivants :

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 & 1 \\ 1 & -3 & 0 & -6 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & -7 & 6 \end{vmatrix} \text{ et } \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{vmatrix}$$

$$1^e = 2 \begin{vmatrix} -3 & 0 & -6 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & -7 & 6 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & -5 & 1 \\ 2 & -1 & 2 \\ 4 & -7 & 6 \end{vmatrix} + 0 - \begin{vmatrix} 1 & -5 & 1 \\ -3 & 0 & -6 \\ 2 & -1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 2 \left(-3(-6+14) - 0 + (-6)(-14+4) \right) - \left((-6+14) - (-5)(12-8) + (-14+4) \right) - \left(-(-5)(-6+12) + 0 - (-1)(-6+3) \right)$$

$$= 2(-24+60) - (8+20-10) - (30-3) = 72 - 18 - 27 = 27$$

1.4.3 Calculer les déterminants suivants :

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & -5 & 1 \\ 1 & -3 & 0 & -6 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 1 & 4 & -7 & 6 \end{vmatrix} \text{ et } \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & -3 \\ 3 & -1 & -1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 & 4 \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} C_1 - 2C_2 \rightarrow C_1 \\ C_3 + C_2 \rightarrow C_3 \\ C_4 - C_2 \rightarrow C_4 \end{array}$$

$$2^e = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -3 & 2 & 4 & -5 \\ 5 & -1 & -2 & 3 \\ -4 & 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} -3 & 4 & -5 \\ 5 & -2 & 3 \\ -4 & 4 & 1 \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} C_1 + 4C_3 \rightarrow C_1 \\ C_2 - 4C_3 \rightarrow C_2 \end{array}$$

$$= - \begin{vmatrix} -23 & 24 & -5 \\ 17 & -14 & 3 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = - (+23 \cdot 14 - 17 \cdot 24) = -(322 - 408) = 86$$

Exercice 1.4.4

$$a) \begin{vmatrix} 1 & b+c & a \\ 1 & c+a & b \\ 1 & a+b & c \end{vmatrix} \quad C_2 + C_3 \rightarrow C_2$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & a+b+c & a \\ 1 & a+b+c & b \\ 1 & a+b+c & c \end{vmatrix} \quad \frac{1}{a+b+c} C_2 \rightarrow C_2$$

ou

$$= \begin{vmatrix} 1 & a+b+c & a \\ 1 & a+b+c & b \\ 1 & a+b+c & c \end{vmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & 1 & b \\ 1 & 1 & c \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{prop. 5} \\ = 0 \end{array}$$

$$\stackrel{\text{prop. 6}}{=} (a+b+c) \begin{vmatrix} 1 & 1 & a \\ 1 & 1 & b \\ 1 & 1 & c \end{vmatrix} \quad \begin{array}{l} \text{prop. 5} \\ = 0 \end{array}$$