

Rem : $a^2 + b^2$ n'est pas factorisable

3) Trinôme : $ax^2 + bx + c$

3.1 Trinôme unitaire : $x^2 + bx + c$ (cas particulier)

$$\begin{aligned}x^2 + bx + c &= (x + \alpha)(x + \beta) \\ &= x^2 + \alpha x + \beta x + \alpha\beta \\ &= x^2 + (\alpha + \beta)x + \alpha\beta\end{aligned}$$

On cherche deux nombres α et β tels que

$$\begin{cases} c = \alpha\beta \\ b = \alpha + \beta \end{cases} \quad \left(\begin{array}{l} \text{méthode Somme - produit} \\ \text{(SP)} \end{array} \right)$$

Exemples : 1) $x^2 + 11x + 24 = (x + 3)(x + 8)$

$\underbrace{11}_{\text{somme}}$	$\underbrace{24}_{\text{produit}}$
$3 + 8$	$1 \cdot 24$
	$2 \cdot 12$
	$3 \cdot 8$
	$4 \cdot 6$

2) $x^2 - 3x - 10 = (x + 2)(x - 5)$

$\underbrace{-10}_{\text{produit}}$
$1 \cdot 10$
$2 \cdot 5$

3) $2x^2 - 16x + 24 \stackrel{\text{Mee}}{=} 2(x^2 - 8x + 12)$
 $\stackrel{\text{SP}}{=} 2(x - 6)(x - 2)$

3.2 Cas général : ax^2+bx+c

Pour factoriser on commence par résoudre l'équation $ax^2+bx+c=0$:

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

si $\Delta < 0$: pas de solution pour l'équation $\Rightarrow ax^2+bx+c$ n'est pas factorisable

$$\Delta = 0 : 1 \text{ sol. : } x_1 = \frac{-b}{2a} \Rightarrow ax^2+bx+c = a(x-x_1)^2$$

$$\Delta > 0 : 2 \text{ sol. : } x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} \Rightarrow ax^2+bx+c = a(x-x_1)(x-x_2)$$

Exemples: 1) $2x^2-x-6 = 2(x-2)(x-(-\frac{3}{2})) = 2(x-2)(x+\frac{3}{2}) = \underline{(x-2)(2x+3)}$

$$\Delta = 1 - 4 \cdot 2 \cdot (-6) = 49 > 0$$

$$x_{1,2} = \frac{1 \pm 7}{4} = \begin{cases} 2 \\ -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2} \end{cases}$$

2) $2x^2-3x+3$ pas factorisable

$$\Delta = 9 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = -15 < 0 \text{ pas de zéro}$$

3) $9x^2-6x+1 = (3x-1)^2$

$$\Delta = 36 - 4 \cdot 9 \cdot 1 = 0$$



PR

$$\text{sinon } x_1 = \frac{6}{18} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow 9x^2-6x+1 = 9(x-\frac{1}{3})^2 = \underbrace{9}_{3 \cdot 3} (x-\frac{1}{3})(x-\frac{1}{3}) = (3x-1)^2$$

4) $8x^2+6x-27 = \overbrace{8}^{4 \cdot 2} (x+\frac{9}{4})(x-\frac{3}{2}) = (4x+9)(2x-3)$

$$\Delta = 36 - 4 \cdot 8 \cdot (-27) = 900$$

$$x_{1,2} = \frac{-6 \pm 30}{16} = \begin{cases} \frac{-36}{16} = -\frac{9}{4} \\ \frac{24}{16} = \frac{3}{2} \end{cases}$$

ex 2.2.4 sauf h) et o)