Ex

a) $f(x) = \dfrac{1}{x^2-4} = \dfrac{1}{(x+2)(x-2)}$ $\qquad ED(f) = \mathbb{R} - \{\pm 2\}$

AV/trou : * $\lim\limits_{x \to -2} f(x) = \text{"}\dfrac{1}{0}\text{"} = \infty \Rightarrow$ $x=-2$ est une AV

* $\lim\limits_{x \to 2} f(x) = \text{"}\dfrac{1}{0}\text{"} = \infty \Rightarrow$ $x=2$ est une AV

AH : $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = \text{"}\dfrac{1}{\pm\infty}\text{"} = 0 \Rightarrow$ $y=0$ est une AH

b) $f(x) = \dfrac{2x^2}{x^2+1}$ $\qquad ED(f) = \mathbb{R}$

AV/trou : il n'y en a pas car pas de pôle (v.i)

AH : $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) \overset{\text{"}\frac{\infty}{\infty}\text{"}}{=} \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{2x^2}{x^2} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} 2 = 2 \Rightarrow$ $y=2$ est une AH.

c) $f(x) = \dfrac{3x}{x^2+1}$ $\qquad ED(f) = \mathbb{R}$

AV/trou : il n'y en a pas car pas de pôle. (v.i)

AH : $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) \overset{\text{"}\frac{\infty}{\infty}\text{"}}{=} \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{3x}{x^2} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{3}{x} = \text{"}\dfrac{3}{\pm\infty}\text{"} = 0 \Rightarrow$ $y=0$ est une AH.

d) $f(x) = \dfrac{x^2-x}{5x-x^2} = \dfrac{x(x-1)}{x(5-x)}$ $\qquad ED(f) = \mathbb{R}^* - \{5\}$

AV/trou : * $\lim\limits_{x \to 0} f(x) \overset{\text{"}\frac{0}{0}\text{"}}{=} \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x(x-1)}{x(5-x)} = \lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x-1}{5-x} = \dfrac{-1}{5}$

$\Rightarrow$ $(0;-\frac{1}{5})$ est un "trou"

* $\lim\limits_{x \to 5} f(x) = \text{"}\dfrac{20}{0}\text{"} = \infty \Rightarrow$ $x=5$ est une AV

AH : $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) \overset{\frac{\infty}{\infty}}{=} \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{x^2}{-x^2} = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{1}{-1} = -1 \Rightarrow$ $y=-1$ est une AH.

e) $f(x) = \dfrac{3x^2-4x+2}{x-1}$ $\quad ED(f) = \mathbb{R} - \{1\}$

AV/trou : $\lim\limits_{x \to 1} f(x) = \dfrac{1}{0} = \infty \Rightarrow x = 1$ est une AV

AH $\quad \lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{3x^2}{x} = \lim\limits_{x \to \infty} 3x = \infty \Rightarrow$ pas d'AH