2.3 Division euclidienne

Rappel : $6481 \div 15$

dividende

diviseur

$$
\begin{array}{r|l}
6481 & 15 \\ \cline{2-2}
-60 & 432 \\ \cline{1-1}
481 & \\
-45 & \\ \cline{1-1}
31 & \\
-30 & \\ \cline{1-1}
1 &
\end{array}
$$

quotient

reste

la division s'arrête lorsque le reste est plus petit que le diviseur.

$6481 = 15 \cdot 432 + 1$ ✓

Equation fondamentale de la division :

$$\boxed{\text{dividende} = \text{diviseur} \cdot \text{quotient} + \text{reste}}$$

On applique le même algorithme pour diviser deux polynômes

$$
\begin{array}{r|l}
x^3 - 3x^2 + 5x - 1 & x^2 - 1 \\ \cline{2-2}
+(-x^3 + x) & x - 3 \\ \cline{1-1}
-3x^2 + 6x - 1 & \\
+(+3x^2 - 3) & \\ \cline{1-1}
6x - 4 &
\end{array}
$$

La division s'arrête lorsque le degré du reste est plus petit que le degré du diviseur

$$
\begin{array}{l|l}
\quad x^3 + 2x^2 + 3x - 5 & x^2-2x-1 \\
\cline{2-2}
+(-x^3 + 2x^2 + x) & x+4 \\
\cline{1-1}
\qquad 4x^2 + 4x - 5 & \\
\quad -4x^2 + 8x + 4 & \\
\cline{1-1}
\qquad\quad 12x - 1 &
\end{array}
$$

$$\Rightarrow \quad x^3+2x^2+3x-5 = (x^2-2x-1)(x+4) + 12x-1$$

égalité fondamentale

$$
\begin{array}{l|l}
\quad x^5 \qquad -3x^2 + x + 5 & -x^2+x-1 \\
\cline{2-2}
-x^5 + x^4 \mp x^3 & -x^3-x^2+4 \\
\cline{1-1}
\qquad x^4 - x^3 - 3x^2 + x + 5 & \\
\quad - x^4 + x^3 \mp x^2 & \\
\cline{1-1}
\qquad\qquad -4x^2 + x + 5 & \\
\qquad\quad +4x^2 \mp 4x + 4 & \\
\cline{1-1}
\qquad\qquad\qquad -3x + 9 &
\end{array}
$$

$$\Rightarrow \quad x^5-3x^2+x+5 = (-x^2+x-1)(-x^3-x^2+4) - 3x+9$$

$$
\begin{array}{l|l}
\quad 3x^4 - 7x^3 - 18x^2 + 28x + 24 & 3x^2+8x+4 \\
\cline{2-2}
-3x^4 \mp 8x^3 \mp 4x^2 & x^2-5x+6 \\
\cline{1-1}
\qquad -15x^3 - 22x^2 + 28x + 24 & \\
\qquad +15x^3 + 40x^2 + 20x & \\
\cline{1-1}
\qquad\qquad 18x^2 + 48x + 24 & \\
\qquad\quad -18x^2 \mp 48x \mp 24 & \\
\cline{1-1}
\qquad\qquad\qquad 0 &
\end{array}
$$

$$\Rightarrow \quad 3x^4-7x^3-18x^2+28x+24 = (3x^2+8x+4)(x^2-5x+6)$$