

$$\underline{23.1h)} A(x) = x^5 - 3x^3 + 2x^2 + 5x$$

$$B(x) = x+2 = x - (-2)$$

|    |   |    |    |    |   |     |
|----|---|----|----|----|---|-----|
|    | 1 | 0  | -3 | 2  | 5 | 0   |
|    |   | +  | +  | +  | + | +   |
| -2 |   | -2 | 4  | -2 | 0 | -10 |
| •  | 1 | -2 | 1  | 0  | 5 | -10 |

$$q = x^4 - 2x^3 + x^2 + 5 \quad \text{et} \quad r = -10$$

$$\Rightarrow A(x) = (x+2)(x^4 - 2x^3 + x^2 + 5) - 10$$

Exple :

$$\textcircled{1} = x^3 - 7x + 6$$

$$d : x + 3$$

|    |   |    |    |    |
|----|---|----|----|----|
|    | 1 | 0  | -7 | 6  |
| -3 |   | -3 | 9  | -6 |
|    | 1 | -3 | 2  | 0  |

$$\Rightarrow x^3 - 7x + 6 = (x + 3)(x^2 - 3x + 2)$$

## Divisibilité par $x-a$

Thm du reste : le reste d'une division par  $x-a$   
du polynôme  $D(x)$  est la valeur  
que l'on obtient en remplaçant  $x$  par  $a$ ,  
dans le polynôme  $D(x)$ .  
c'est à dire :  $r = D(a)$

Exple :  $D(x) = x^3 + 5x^2 - 8x - 48$

Quelle est le reste de la division de  $D(x)$  par

$$\begin{aligned}x-1 ? & : D(1) = 1^3 + 5 \cdot 1^2 - 8 \cdot 1 - 48 = 1 + 5 - 8 - 48 \\ & = -50 = \text{reste}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x-3 ? & : D(3) = 3^3 + 5 \cdot 3^2 - 8 \cdot 3 - 48 \\ & = 27 + 45 - 24 - 48 = 0 = \text{reste}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}x+4 ? & : D(-4) = (-4)^3 + 5 \cdot (-4)^2 - 8 \cdot (-4) - 48 \\ & = -64 + 80 + 32 - 48 = 0 = \text{reste}\end{aligned}$$

Ainsi

$D(x) = x^3 + 5x^2 - 8x - 48$  est divisible par  $x+4$  (car  $r=0$ )

|    |   |    |     |     |
|----|---|----|-----|-----|
|    | 1 | 5  | -8  | -48 |
| -4 |   | -4 | -4  | 48  |
| •  | 1 | 1  | -12 | 0   |

égalité  
 $\Rightarrow$   
fondem.

$$\begin{aligned} D(x) &= (x+4)(x^2+x-12) \\ &= (x+4)(x-3)(x+4) = (x+4)^2(x-3) \end{aligned}$$

On constate que  $D(x)$  est factorisé.

Pour factoriser un polynôme, on doit chercher un diviseur de la forme  $x-a$  dont le reste sera nul.

$a$  est un diviseur du terme constant du polynôme  $D(x)$

Def:  $a$  est appelé un zéro du polynôme  $D(x)$  si  $D(a) = 0$

Exemple:  $D(x) = 2x^3 + 7x^2 + 8x + 3$  (à factoriser)

1. Mee
2. PR
3. trinôme  $\begin{cases} < \\ \Delta \end{cases}$
4. Gr

Candidats : parmi les diviseurs de 3  
(zéro possible)  $\pm 1$  ou  $\pm 3$

$$D(1) = 2 + 7 + 8 + 3 \neq 0$$

$$D(-1) = 2(-1)^3 + 7(-1)^2 + 8(-1) + 3 = -2 + 7 - 8 + 3 = 0 \quad \checkmark$$

|    |   |    |    |    |
|----|---|----|----|----|
|    | 2 | 7  | 8  | 3  |
| -1 |   | -2 | -5 | -3 |
| ·  | 2 | 5  | 3  | 0  |

$$\Rightarrow D(x) = (x+1)(2x^2+5x+3)$$

$$D(x) = (x+1) \cdot 2 \left(x + \frac{3}{2}\right) (x+1)$$

$$= (x+1)^2 (2x+3)$$

$$\Delta = 25 - 4 \cdot 2 \cdot 3 = 1$$

$$x_{1,2} = \frac{-5 \pm 1}{4} = \begin{cases} -\frac{6}{4} = -\frac{3}{2} \\ -\frac{4}{4} = -1 \end{cases}$$