

Exercice 1

Calculer la pente de la tangente à la courbe $y = f(x)$ au point d'abscisse a .

a) $f(x) = \frac{x^3}{3} + 5x^2 - 1$, $a = 2$.

b) $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x^2 - 7}$, $a = -1$.

a) $f'(x) = x^2 + 10x \Rightarrow m = f'(2) = 4 + 20 = \underline{24}$

b) $f'(x) = \frac{2x(x^2 - 7) - 2x(x^2 + 3)}{(x^2 - 7)^2} = \frac{2x^3 - 14x - 2x^3 - 6x}{(x^2 - 7)^2} = \frac{-20x}{(x^2 - 7)^2}$
 $\Rightarrow m = f'(-1) = \frac{20}{(-6)^2} = \frac{20}{36} = \underline{\frac{5}{9}}$

Exercice 2

Déterminer l'équation de la tangente à la courbe d'équation $\underbrace{f(x)} = x^5 - 3x^2 - 12x + 5$ au point $A(0, \dots)$.

$$f'(x) = 5x^4 - 6x - 12$$

1) $f(0) = 5 \Rightarrow A(0; 5)$ (point de tangence)

2) $f'(0) = -12$ (pente) $\Rightarrow t: y = -12x + h$

3) $A \in t \Rightarrow 5 = 0 + h \Leftrightarrow h = 5$

$\Rightarrow \underline{y = -12x + 5}$

Exercice 3

Soit $f(x) = ax^2 + 42x - 11$.

Déterminer le nombre réel a pour que la tangente au point d'abscisse 3 soit de pente nulle. $\Leftrightarrow f'(3) = 0$

$$f'(x) = 2ax + 42$$

$$f'(3) = 6a + 42 \text{ (pente)} \Rightarrow 6a + 42 = 0 \Leftrightarrow \underline{a = -7}$$

Exercice 4

Calculer les coordonnées des points de la courbe $y = 3x^2 - 5x + 2$ en lesquels la tangente a une pente égale à 7.

On commence par chercher l'abscisse a du point T tel que $f'(a) = 7$

$$f'(x) = 6x - 5 \Rightarrow f'(a) = 6a - 5 = 7 \Leftrightarrow 6a = 12 \Leftrightarrow a = 2$$

Il reste à calculer la 2^e coordonnée de T :

$$f(2) = 3 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + 2 = 4 \Rightarrow \underline{T(2; 4)}$$

Problème 5 (10 points)

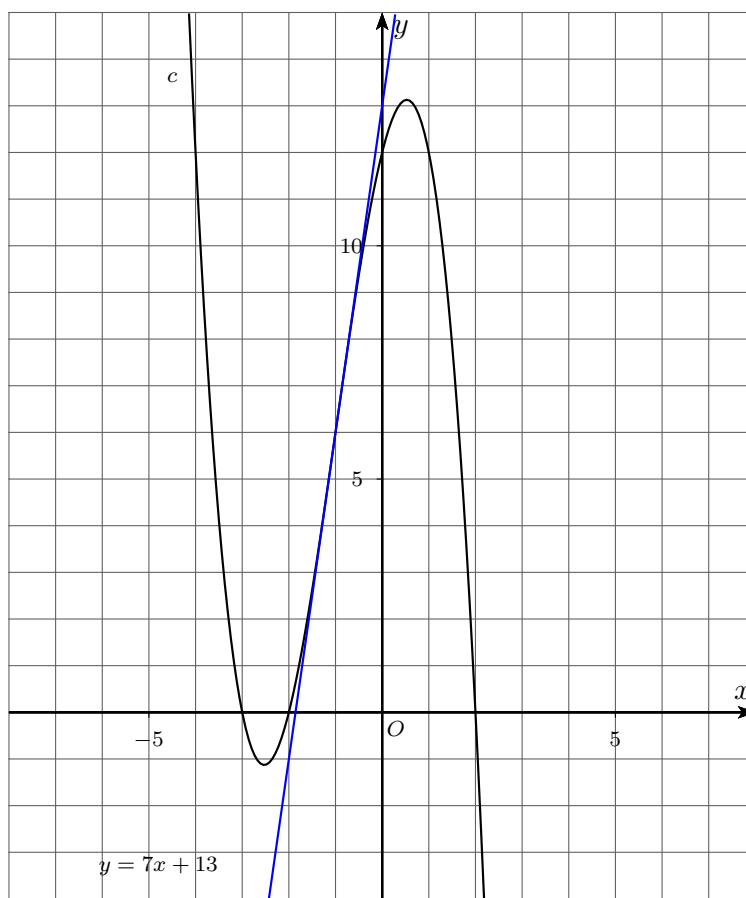
a) La dérivée de g est : $g'(x) = -3x^2 - 6x + 4$.

La pente de la tangente cherchée est donc $m = g'(-1) = -3(-1)^2 - 6 \cdot (-1) + 4 = 7$.

L'équation de la tangente t cherchée est donc : $y = 7x + h$, avec $h \in \mathbb{R}$

t passe par $P(-1; 6)$ et donc $6 = 7 \cdot (-1) + h \Leftrightarrow h = 13$. Et ainsi $(t) : y = 7x + 13$

b)



c) On veut les tangentes de pente -20 , on cherche donc les points d'abscisse x tels que :

$$g'(x) = -20 \Leftrightarrow -3x^2 - 6x + 4 = -20 \Leftrightarrow -3x^2 - 6x + 24 = 0$$

$$\Leftrightarrow -3(x^2 + 2x - 8) = 0 \Leftrightarrow -3(x + 4)(x - 2) = 0.$$

Comme $g(-4) = 12$ et $g(2) = 0$, on a $R(-4; 12)$ et $Q(2; 0)$