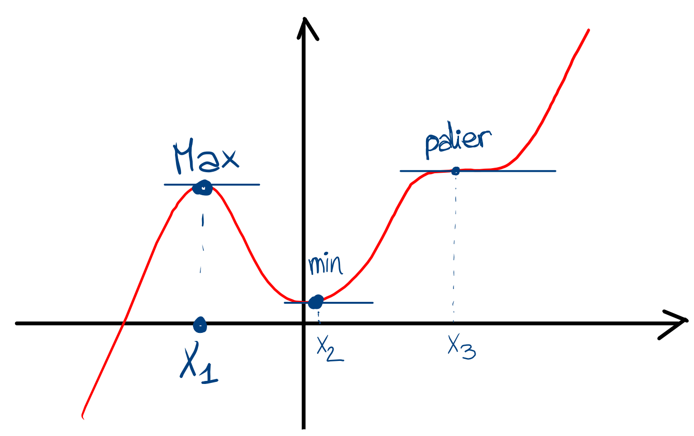
2.8 Applications de la dérivée

1) Croissance d'une fonction

Comme la valeur $f'(a)$ est la pente de la tangente à la courbe $y = f(x)$ au point d'abscisse a, on en déduit :

- $f'(x) > 0$ sur un intervalle alors la fonction est croissante sur cet intervalle
- $f'(x) < 0$ " " " " " décroissante " "
- $f'(x) = 0$ au point d'abscisse x, alors ce point est $\underbrace{\text{un maximun ou un minimum}}_{\text{un extremum}}$ ou un palier



$$\boxed{\text{Etudier la croissance d'une fonction revient à étudier le signe de la dérivée}}$$

<u>Rem</u>: les minimum et maximum sont définis localement.

Exples a) $f(x) = 2x^3 - 3x^2 - 36x + 6$ $\qquad ED(f) = \mathbb{R}$

$$f'(x) = 6x^2 - 6x - 36 = 6(x^2 - x - 6) = 6(x-3)(x+2)$$

zéros de f' : 3 $\quad$ -2

x		-2		3	
sgn(f')	$+$	0	$-$	0	$+$
crssce(f)	$\nearrow$	Max	$\searrow$	min	$\nearrow$

$\text{Max}(-2; f(-2)) = \text{Max}(-2; 50)$ $\quad$ et $\quad$ $\text{min}(3; f(3)) = \text{min}(3; -75)$

$f(-2) = 50$ $\qquad\qquad$ $f(3) = -75$

b) $f(x) = (x-2)(x+3)^3$ $\qquad ED(f) = \mathbb{R}$

$$f'(x) = (x+3)^3 + 3(x-2)(x+3)^2$$
$$= (x+3)^2\left[(x+3) + 3(x-2)\right]$$
$$= (x+3)^2(4x-3)$$

$u = x-2 \qquad v = (x+3)^3$

$u' = 1 \qquad v' = 3(x+3)^2 \cdot 1$

$\qquad\qquad = 3(x+3)^2$

zéros de f' : -3 (2) et $\frac{3}{4}$

x		-3		$3/4$	
sgn(f')	$-$	0 (2)	$-$	0	$+$
f	$\searrow$	palier	$\searrow$	min	$\nearrow$

palier$(-3; 0)$

$f(-3) = 0$

$\sim$min$\left(\frac{3}{4}; -65{,}9\right)$

$f\left(\frac{3}{4}\right) \cong -65{,}9$

ex 2.8.2 $\underbrace{\text{a) c)}}_{\text{pour mercredi}}$ / d) e) f)