

# Equations rationnelles

Par exple résoudre :  $\frac{x}{x-1} + \frac{1}{x-2} = 1$

m.à.s. : 1<sup>e</sup> : comme on ne peut pas diviser par zéro, on commence par déterminer les valeurs de x à exclure (zéros du dénominateur)  
On les appelle les valeurs interdites : v.i.

2<sup>e</sup> : on amplifie chaque fraction par le dénominateur commun (ppmc)  
et on multiplie les deux côtés de l'équation par ce dénominateur commun

3<sup>e</sup> : on résout la nouvelle équation

4<sup>e</sup> : on vérifie que les solutions obtenues ne sont pas des v.i.  
et on écrit  $S = \{ \dots \}$

Exemples :

a)  $\frac{x}{x-1} + \frac{1}{x-2} = 1$

$$\frac{x(x-2)}{(x-1)(x-2)} + \frac{1 \cdot (x-1)}{(x-1)(x-2)} = \frac{1 \cdot (x-1)(x-2)}{(x-1)(x-2)}$$

$$x(x-2) + (x-1) = (x-1)(x-2)$$

$$x^2 - 2x + x - 1 = x^2 - 3x + 2 \quad | -x^2$$

$$-x - 1 = -3x + 2$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

v.i. :  $x-1 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 1$

$x-2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$

ppmc :  $(x-1)(x-2)$

$\Rightarrow S = \left\{ \frac{3}{2} \right\}$

b)

$$\frac{2x}{x-1} + \frac{3}{x+1} = \frac{x^2+3}{\underbrace{x^2-1}_{(x+1)(x-1)}}$$

v.i : 1 et -1

ppmc :  $(x+1)(x-1)$

$$2x(x+1) + 3(x-1) = x^2 + 3$$

$$2x^2 + 2x + 3x - 3 = x^2 + 3$$

$$x^2 + 5x - 6 = 0$$

$$(x-1)(x+6) = 0$$

$$\begin{array}{cc} \downarrow & \downarrow \\ 1 & -6 \end{array}$$

~~1~~ ✓

$$\Rightarrow S = \{-6\}$$