Ch3 Les Fonctions

3.1 Ensemble et intervalle

Exple : $A = \{1;2;3;4\}$ et $B = \{3;4;5;6;7\}$

On peut définir des ensembles de manière énumérative (comme A et B)
ou en donnant une propriété caractéristique :

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 1 \leqslant x \leqslant 4\} = \{x \in \mathbb{N} \mid 0 < x < 5\}$$

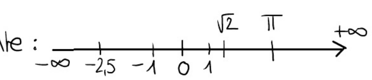
"appartient à" "tel que"

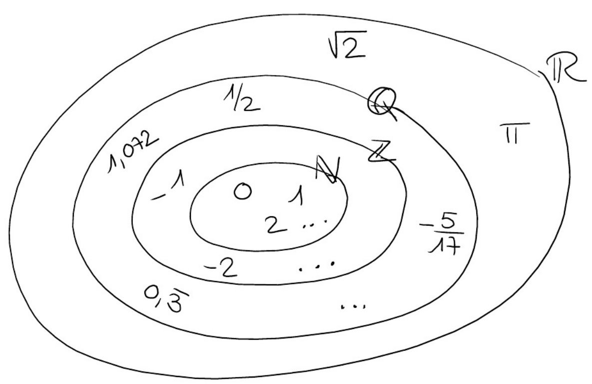
Rappel : $\mathbb{N} = \{0;1;2;3;\dots\}$ ensemble des entiers naturels

$\mathbb{Z} = \{\dots;-3;-2;-1;0;1;2;\dots\}$ " " relatifs

$\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}$ et $b \neq 0\}$ " nombres rationnels

$\mathbb{R}$ ensemble des nombres réels, on le représente :





$0{,}\bar{3} = \frac{1}{3}$ $\qquad$ $0{,}123 = \frac{123}{1000}$

$x = 0{,}\overline{123} = 0{,}123\,123\,123\,123\dots$

$\Rightarrow 1000x = 123{,}\overline{123}$

$$\Rightarrow \begin{array}{rl} 1000x &= 123{,}\overline{123} \\ -\quad x &= 0{,}\overline{123} \\ \hline 999x &= 123 \end{array}$$

$$x = \frac{123}{999} = 0{,}\overline{123} \in \mathbb{Q}$$

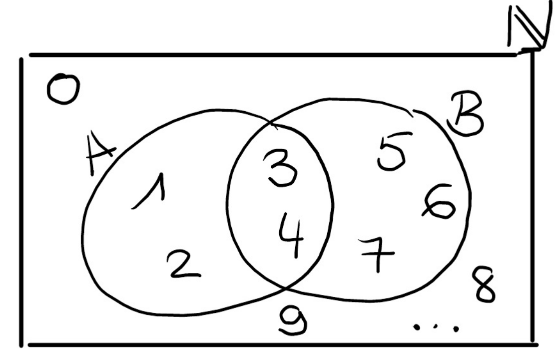
$x = 5{,}\bar{9}$

$10x = 59{,}\bar{9}$ $\Rightarrow$

$$\begin{array}{rl} 10x &= 59{,}\bar{9} \\ -\ x &= 5{,}\bar{9} \\ \hline 9x &= 54 \end{array}$$

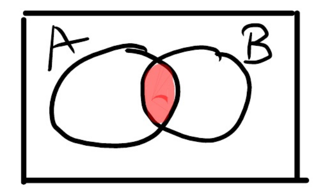
$$x = \frac{54}{9} = 6 = 5{,}\bar{9}$$

$A = \{1;2;3;4\}$ et $B = \{3;4;5;6;7\}$



"inter"

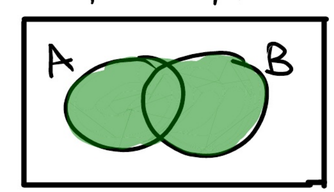
1) $A \cap B = \{3;4\}$ ensemble des éléments qui appartiennent à A et à B



C'est l'intersection de A et B.

"union"

2) $A \cup B = \{1;2;3;4;5;6;7\}$ ensemble des éléments qui appartiennent à A ou à B

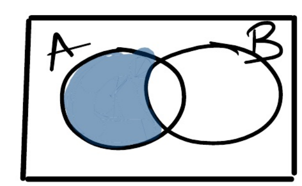


C'est la réunion de A et B

moins

3) $A - B = A \setminus B = \{1;2\}$ ensemble des éléments qui appartiennent à A mais pas à B

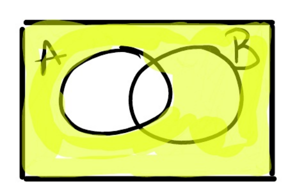
$= \{x \in A \mid x \notin B\}$



C'est la différence

$B - A = \{5;6;7\}$

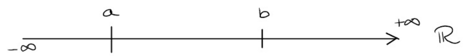
4) $\complement_{\mathbb{N}} A = \{0;\ 5;\ 6;\ 7;\ 8;\ \dots\} = \mathbb{N} - A$



c'est le complémentaire de A dans $\mathbb{N}$

Intervalles

Définition : Un intervalle est un sous-ensemble ou une partie de $\mathbb{R}$ compris entre deux nombres a et b avec $a<b$



a et b sont les bornes de l'intervalle.

On dit qu'un intervalle est fermé s'il contient tous les nombres entre a et b, a et b compris. On le note $[a;b]$

$$[a;b] = \{x\in\mathbb{R} \mid a\leqslant x\leqslant b\}$$

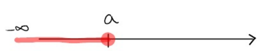
On dit qu'un intervalle est ouvert, s'il contient tous les nombres entre a et b mais a et b non compris. On le note $]a;b[$

$$]a;b[= \{x\in\mathbb{R} \mid a<x<b\}$$

On peut aussi définir : $]a;b]$ ou $[a;b[$

Pour des intervalles infinis :

on note $[a;+\infty[$



" $]-\infty;a]$

Combien y a-t-il d'éléments dans $]1;2[= \{x\in\mathbb{R} \mid 1<x<2\}$?

une infinité !

et dans $\underbrace{\{x\in\mathbb{N} \mid 1<x<2\}}_{=\emptyset}$? aucun.

on n'écrit pas

$]-\infty;+\infty[= \mathbb{R}$

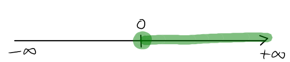
$]-5;-5[= \emptyset$

de même

$[-5;-5] = \{-5\}$

$\mathbb{R}^* = \mathbb{R}\setminus\{0\} = \mathbb{R}-\{0\} =]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$

$\mathbb{R}_+ = [0;+\infty[$



$\mathbb{R}_- =]-\infty;0]$