

5.26

- a) Gérard a une petite entreprise où il fabrique des sacs à main en cuir. En considérant ses frais fixes et ses frais variables, il a calculé que la fonction f donnée par

$$f(x) = 6\,300 + 10x + \frac{x^2}{28}$$

représente le coût total de fabrication de x sacs à main. Combien Gérard doit-il fabriquer de sacs à main s'il veut obtenir un coût de production unitaire minimal ?

- b) Gérard décide de vendre la totalité des sacs à main qu'il fabrique au prix de 70 fr la pièce. Combien doit-il en fabriquer pour obtenir un profit maximal ?

5.27

On veut construire un restaurant de spécialités italiennes. On sait que si l'on aménage 120 places, on obtiendra un profit mensuel de 48 fr par place. De plus, pour chaque place au-delà de 120, le profit mensuel par place diminue de 25 centimes. Combien de places doit-on aménager si l'on veut obtenir un profit mensuel maximal ?

Ex 5.26

$$f(x) = 6300 + 10x + \frac{x^2}{28}$$

$$EV(f) = \mathbb{R}_+$$

a) fonction à optimiser : coût de prod. unitaire

$$EV(g) = \mathbb{R}_+^*$$

$$\Rightarrow DC(x) = \frac{f(x)}{x} = \frac{6300}{x} + 10 + \frac{x}{28}$$

$$\Rightarrow C'(x) = -\frac{6300}{x^2} + \frac{1}{28} = \frac{x^2 - 176400}{28x^2} = \frac{(x+420)(x-420)}{28x^2}$$

zéros : ± 420 et 0 (2)

| | | | |
|-------|---|-----|---|
| x | 0 | 420 | |
| C'(x) | ↘ | - | 0 |
| C | ↘ | | ↗ |

min

$$\min(420; C(420)) \quad C(420) = 40$$

$$= \min(420; 40)$$

Il doit fabriquer 420 sacs pour un coût minimal de 40 CHF par sac.

b) profit :
$$p(x) = 70x - \left(6300 + 10x + \frac{x^2}{28}\right) = -\frac{x^2}{28} + 60x - 6300$$

$$p'(x) = -\frac{2x}{28} + 60 = -\frac{x}{14} + 60 = \frac{-x+840}{14}$$

| | | | |
|-------|---|-----|---|
| x | 0 | 840 | |
| p'(x) | ↘ | + | 0 |
| p | ↘ | | ↗ |

Max

$$\text{Max}(840; p(840))$$

$$= (840; 18'900)$$

Il doit fabriquer 840 sacs pour un profit maximal de 18'900 CHF.

5.27

situation : 120 pl. , profit de 48 CHF/place

120 pl. + x , profit de $(48 - 0,25x)$ CHF/place avec x le nombre de places au delà de 120

fonction à optimiser : profit mensuel $p(x) = (120+x)(48 - 0,25x)$

$$= 5760 - 30x + 48x - 0,25x^2$$

$$= 5760 + 18x - 0,25x^2 \quad \text{et } x > 0$$

$$\Rightarrow p'(x) = 18 - 0,5x \quad \Rightarrow \text{zéro de } p' : x = \frac{18}{0,5} = 36$$

| | | | |
|----|------|---------|---|
| x | -120 | 36 | |
| p' | /// | + 0 | - |
| p | /// | ↗ Max ↘ | |

Max (36 ; 6084)

Il faut aménager 156 places pour un profit mensuel maximum de 6084 CHF.