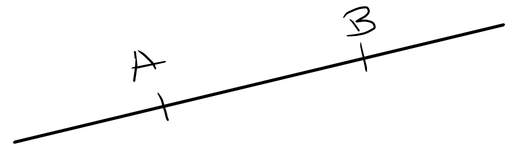
3.1 La droite dans le plan

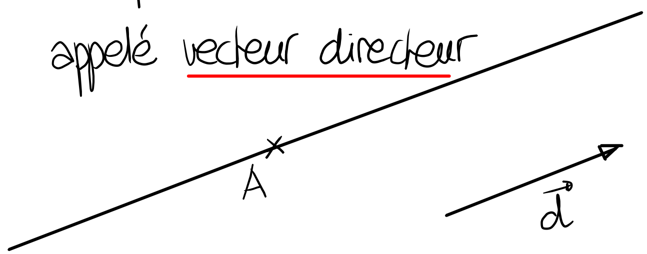
Déf : Une droite est un ensemble de points alignés.

Elle peut être définie par

- deux points distincts A et B

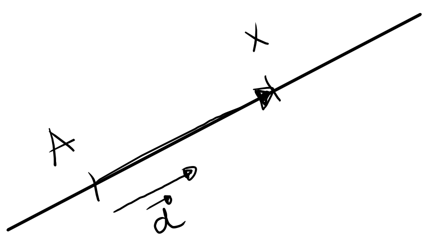


- un point A et une direction qui peut être donnée par un vecteur $\vec{d}$ appelé vecteur directeur



Soit $A(a_1 ; a_2)$ et $\vec{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$, la droite est l'ensemble des points $X(x;y)$ tel que

$\vec{AX}$ colinéaire à $\vec{d}$ $\iff$ $\vec{AX} \sim \vec{d}$ $\iff$ $\vec{AX} = k \cdot \vec{d}$, $k \in \mathbb{R}$ (multiple l'un de l'autre)



$$\iff \vec{OX} - \vec{OA} = k \cdot \vec{d} \qquad k \in \mathbb{R}$$

$$\iff \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = k \cdot \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}$$

équations paramétriques

$$\iff \boxed{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}} \iff \boxed{\begin{cases} x = a_1 + k d_1 \\ y = a_2 + k d_2 \end{cases}}$$

$$d = \left\{ X(x;y) \;\middle|\; \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + k \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}, \; k \in \mathbb{R} \right\}$$

$$\boxed{\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + k\begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix}} \iff \boxed{\begin{cases} x = a_1 + k d_1 \\ y = a_2 + k d_2 \end{cases}}$$

Exemples

1) Donner les équations paramétriques de la droite passant par $A(-2;6)$ et $\vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$

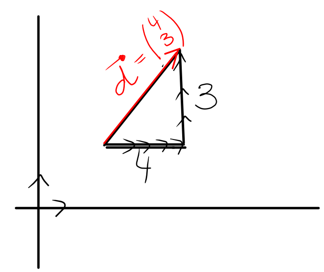
$$d : \begin{cases} x = -2 + 2k \\ y = 6 - k \end{cases} \qquad k \in \mathbb{R}$$

2) Idem passant par $A(-2;6)$ et $B(1;5)$ $\Rightarrow$ $\overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 1-(-2) \\ 5-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$(AB) : \begin{cases} x = -2 + 3k \\ y = 6 - k \end{cases} \qquad \text{ou} \qquad \begin{cases} x = 1 + 3k \\ y = 5 - k \end{cases}$$

3) Idem passant par $A(-2;6)$ et de pente $m = \frac{3}{4}$

$\Rightarrow \vec{d} = \begin{pmatrix} 4 \\ 3 \end{pmatrix}$



$$d_2 : \begin{cases} x = -2 + 4k \\ y = 6 + 3k \end{cases} , \quad k \in \mathbb{R}$$

On a $\boxed{\vec{d} = \begin{pmatrix} d_1 \\ d_2 \end{pmatrix} \iff m = \frac{d_2}{d_1}}$

ex 3.1.4

Rappel : (suite à l'ex 3.1.4e)) $\boxed{\text{si } \vec{v} = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} \text{ alors } \vec{u} = \begin{pmatrix} v_2 \\ -v_1 \end{pmatrix} \text{ ou } \begin{pmatrix} -v_2 \\ v_1 \end{pmatrix} \text{ sont orthogonaux et de m̄ norme.}}$

ex 3.1.1 à 3.1.3