

3. Fonctions quadratiques

Déf : Une fonction quadratique est une fonction de la forme

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{avec } a, b, c \in \mathbb{R} \text{ et } a \neq 0$$

Propriétés : 1) le graphe d'une fct quadratique est une parabole

*  convexe si $a > 0$ (positif)

exple : $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 5$

*  concave si $a < 0$ (négatif)

exple : $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 10$

2) La parabole admet un sommet $S(s_1; s_2)$

avec $s_1 = -\frac{b}{2a}$ et $s_2 = f(s_1)$

3) L'ordonnée à l'origine de la parabole est c .

C'est l'intersection de la parabole avec l'axe Oy

4) Les zéros de f , s'ils existent, s'obtiennent en résolvant $f(x) = 0$.

Ce sont les intersections avec l'axe Ox .

5) La parabole possède un axe de symétrie passant par le sommet S

Exple

$$f(x) = 4x^2 - 4x - 3$$

$$a = 4 > 0$$

∪

. ordonnée à l'origine (o à o) : c = -3

. sommet : $s_1 = -\frac{b}{2a} = -\frac{-4}{8} = \frac{1}{2}$

$$\begin{aligned} s_2 &= f\left(\frac{1}{2}\right) = 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 4 \cdot \left(\frac{1}{2}\right) - 3 \\ &= 4 \cdot \frac{1}{4} - \frac{4}{2} - 3 \\ &= 1 - 2 - 3 = -4 \end{aligned}$$

$\Rightarrow$ $S\left(\frac{1}{2}; -4\right)$

. zéros de f : $f(x) = 0 \Leftrightarrow 4x^2 - 4x - 3 = 0$

$$\Delta = 16 + 4 \cdot 4 \cdot (+3) = 64$$

$$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{4 \pm 8}{8} = \begin{cases} \frac{12}{8} = \frac{3}{2} \\ -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

