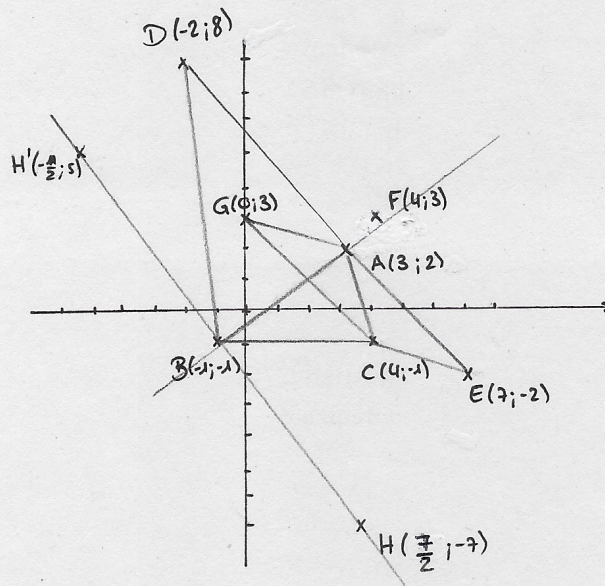


Exercice 1

a)



$$\begin{aligned} \text{b) } \vec{AB} &= \begin{pmatrix} -1-3 \\ -1-2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} \Rightarrow \|\vec{AB}\| = \sqrt{16+9} = \sqrt{25} = 5 \\ \vec{BC} &= \begin{pmatrix} 4-(-1) \\ -1-(-1) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \|\vec{BC}\| = \sqrt{25} = 5 \parallel \Rightarrow \underline{\underline{ABC \text{ est isocèle en } B.}} \end{aligned}$$

c) Soit $D(x;y)$

$$G \text{ centre de gravité de } ABD \Leftrightarrow G\left(\frac{3-1+x}{3}; \frac{2-1+y}{3}\right) = G\left(\frac{2+x}{3}; \frac{1+y}{3}\right) = G(0;3)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2+x}{3} = 0 & | \cdot 3 \\ \frac{1+y}{3} = 3 & | \cdot 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2+x = 0 \\ 1+y = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = 8 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{D(-2;8)}}$$

d) Soit $E(x;y)$

$$AGCE \text{ est un } \parallel\text{-gramme} \Leftrightarrow \vec{AG} = \vec{EC} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-x \\ -1-y \end{pmatrix}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4-x = -3 \\ -1-y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = -2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{E(7;-2)}} \quad \text{Variante: } \vec{OE} = \vec{OC} + \vec{CE} = \vec{OC} + \vec{GA} = \begin{pmatrix} 4 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\text{e) } \vec{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}, \vec{AF} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow \det(\vec{AB}, \vec{AF}) = \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ -3 & 1 \end{vmatrix} = -4 - (-3) = -1 \neq 0$$

$$\text{ou } \vec{AB} \neq k \cdot \vec{AF}$$

$$\Rightarrow \vec{AB} \text{ et } \vec{AF} \text{ ne sont pas colinéaires}$$

$$\Rightarrow A, B \text{ et } F \text{ ne sont pas alignés}$$

$$\Rightarrow \underline{\underline{F \text{ n'est pas sur la droite } (AB)}}$$

$$\text{Variante: } \cos(\alpha) = \frac{\vec{AB} \cdot \vec{AF}}{\|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{AF}\|} = \frac{\begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}}{5 \cdot \sqrt{2}} = \frac{-7}{5\sqrt{2}} \Leftrightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{-7}{5\sqrt{2}}\right) \cong 171,9^\circ$$

avec α angle entre $\vec{AB}$ et $\vec{AF}$.

f) ABH rectangle en B et aire = $\frac{75}{4} u^2$

$$* \vec{AB} \perp \vec{BH} \Rightarrow \text{comme } \vec{AB} = \begin{pmatrix} -4 \\ -3 \end{pmatrix}, \vec{BH} = k \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} \text{ car } \vec{AB} \cdot \vec{BH} = 0$$

$$* \text{aire} = \frac{\|\vec{AB}\| \cdot \|\vec{BH}\|}{2} = \frac{75}{4} \Leftrightarrow \frac{5 \cdot |k| \cdot 5}{2} = \frac{75}{4}$$

$$\Leftrightarrow \frac{25|k|}{2} = \frac{75}{4} \quad | \cdot \frac{2}{25}$$

$$\Leftrightarrow |k| = \frac{3}{2} \Leftrightarrow k = \pm \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \vec{BH} = \pm \frac{3}{2} \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} = \pm \begin{pmatrix} 9/2 \\ -6 \end{pmatrix} \quad (\text{une seule solution demandée, donc à choix + ou -})$$

$$\text{or } \vec{BH} = \begin{pmatrix} x+1 \\ y+1 \end{pmatrix} \text{ avec } H(x; y)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+1 = \pm 9/2 \\ y+1 = \pm (-6) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \begin{matrix} 7/2 \\ -11/2 \end{matrix} \\ y = \begin{matrix} -7 \\ 5 \end{matrix} \end{cases} \Rightarrow \underline{\underline{H(\frac{7}{2}; -7)}} \text{ ou } \underline{\underline{H'(-\frac{11}{2}; 5)}}$$

Exercice 2

$$\vec{u} \perp \vec{v} \Leftrightarrow \vec{u} \cdot \vec{v} = 0 \Leftrightarrow (k-2)(k+2) + (k+1)k = 0$$

$$\Leftrightarrow k^2 + 2k - 2k - 4 + k^2 + k = 0$$

$$\Leftrightarrow 2k^2 - 4k - 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow k^2 - 4k - 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (k-7)(k+3) = 0$$

$$\begin{matrix} \downarrow & \downarrow \\ +7 & -3 \end{matrix}$$

$$\Leftrightarrow \underline{\underline{k=7}} \text{ ou } \underline{\underline{k=-3}}$$