Corrigé - Révision - Fonctions

Ex 1

a) $f(x) = \dfrac{x-5}{x^2-1}$

condition : $x^2-1 \neq 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-1) \neq 0$

$\Leftrightarrow x \neq \begin{cases} -1 \\ 1 \end{cases}$ v.i

$\Rightarrow ED(f) = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$

b) $f(x) = \sqrt{3x-4}$

condition : $3x-4 \geqslant 0 \Leftrightarrow 3x \geqslant 4$

$\Leftrightarrow x \geqslant \dfrac{4}{3}$

$\Rightarrow ED(f) = [\frac{4}{3}; +\infty[$

Ex 2

$A(2;3)$ $B(-5;24)$

$f(x) = mx+h$

* pente : $m = \dfrac{24-3}{-5-2} = \dfrac{21}{-7} = -3 \Rightarrow f(x) = -3x+h \Leftrightarrow y = -3x+h$

* $A(2;3) \in$ dte $\quad 3 = -3 \cdot 2 + h \Leftrightarrow 9 = h$

x y

$\Rightarrow f(x) = -3x+9$

Ex 3

a) $f(x) = -x^2+2x+3$

* ord. à l'origine (o.à.o) : $f(0) = 3 \Rightarrow H(0;3)$

* zéro(s) : $-x^2+2x+3 = 0 \qquad \Delta = 2^2-4\cdot(-1)\cdot 3 = 16$

$\Rightarrow x_{1,2} = \dfrac{-2\pm 4}{-2} = \begin{cases} 3 \Rightarrow Z_1(3;0) \\ -1 \Rightarrow Z_2(-1;0) \end{cases}$

* sommet : $x_S = -\dfrac{b}{2a} = -\dfrac{2}{-2} = 1$

$y_S = f(1) = -1+2+3 = 4 \Rightarrow S(1;4)$

b) signe de f :

x		-1		3	
$sgn(f)$	$-$	0	$+$	0	$-$

$a=-1<0$ $\cap$

signe de g : zéro : $g(x)=0 \Leftrightarrow \frac{2}{3}x+3=0 \quad |\cdot 3$

$\Leftrightarrow 2x+9=0 \Leftrightarrow x=-\frac{9}{2}$

x		$-9/2$	
$sgn(g)$	$-$	0	$+$

$m=\frac{2}{3}>0$

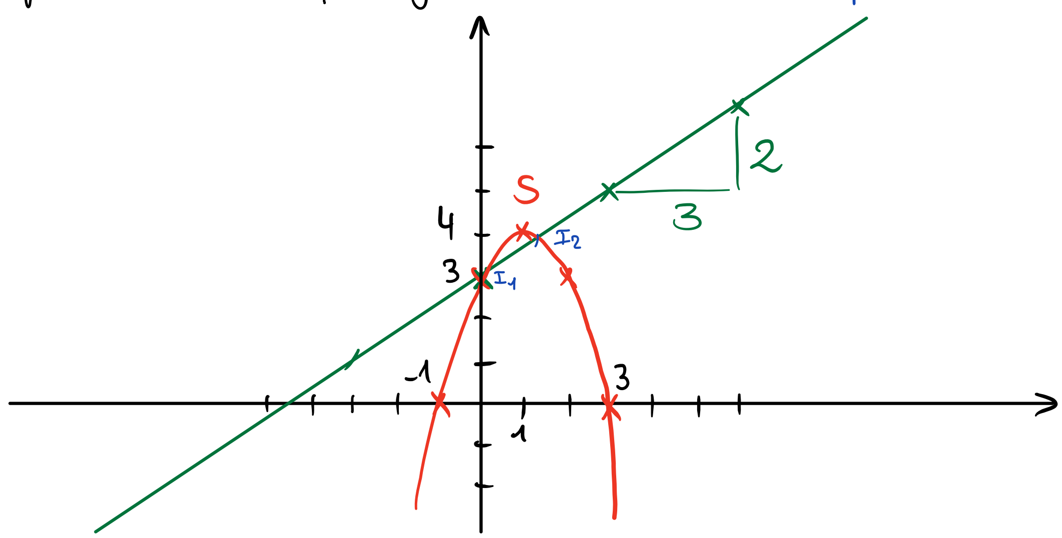
c) Point(s) d'intersection : $f(x)=g(x)$

$$\Leftrightarrow -x^2+2x+3=\frac{2}{3}x+3$$
$$\Leftrightarrow -x^2+\frac{4}{3}x=0$$
$$\Leftrightarrow -x\left(x-\frac{4}{3}\right)=0$$

$\Rightarrow$ $x_1=0 \Rightarrow g(0)=3 \Rightarrow I_1(0;3)$

$x_2=\frac{4}{3} \Rightarrow g\left(\frac{4}{3}\right)=\frac{2}{3}\cdot\frac{4}{3}+3=\frac{8}{9}+3=\frac{35}{9} \Rightarrow I_2\left(\frac{4}{3};\frac{35}{9}\right)$

d) pour f : voir a) pour g : oào : $h=3$ pente : $m=\frac{2}{3}$



Ex 4

a) $f(x) = (2x-3)(1-x)(x+2)^2$ pas de v.i. $\Rightarrow ED(f) = \mathbb{R}$

zéros : $\frac{3}{2}$ $\quad 1 \quad -2$

signe :

x		-2		1		$3/2$	
$2x-3$	$-$		$-$		$-$	0	$+$
$1-x$	$+$		$+$	0	$-$		$-$
$(x+2)^2$	$+$	0	$+$		$+$		$+$
$f(x)$	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

$m = 2 > 0$

$m = -1 < 0$

$(\ )^2$ tjrs positif

$f(x) \leqslant 0 \qquad S =]-\infty ; 1] \cup [\frac{3}{2} ; +\infty[$

b) $f(x) = \dfrac{-2x^2 + 7x - 3}{x^2 - 9}$

v.i. : $x = \pm 3$ car $x^2 - 9 = (x+3)(x-3) \Rightarrow ED(f) = \mathbb{R} - \{\pm 3\}$

zéros : $-2x^2 + 7x - 3 = 0$: $\Delta = 49 - 4 \cdot (-2) \cdot (-3) = 25 \Rightarrow x_{1,2} = \dfrac{-7 \pm 5}{-4} = \begin{cases} 3 \\ 1/2 \end{cases}$

signe :

x		-3		$1/2$		3	
$-2x^2+7x-3$	$-$		$-$	0	$+$	0	$-$
x^2-9	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$
$f(x)$	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$

$a = -2 < 0$

$a = 1 > 0$

$g(x) \geqslant 0 \qquad S =]-3 ; \frac{1}{2}]$

Ex 5

a) $2x+5 < 5x-3$

$-3x < -8 \quad \Big| \div(-3)$

$x > \dfrac{8}{3} \quad \Rightarrow \quad S = \left]\dfrac{8}{3} ; +\infty\right[$

variante : $2x+5 < 5x-3 \quad \Big| -5x+3$

$-3x+8 < 0$

zéro : $-3x+8=0 \Leftrightarrow -3x=-8 \Leftrightarrow x=\dfrac{8}{3}$

x		$8/3$	
$-3x+8$	$+$	0	$-$

b) $-4x^2+12x-9 \geqslant 0$

$-(4x^2-12x+9) \geqslant 0 \qquad (\Delta = 0)$

$-(2x-3)^2 \geqslant 0 \qquad$ zéro : $x=\dfrac{3}{2}$

x		$3/2$	
$-(2x-3)^2$	$-$	0	$-$

$\Rightarrow S = \left\{\dfrac{3}{2}\right\}$

c) $-x^3-4x^2+3x+18 > 0$

candidats : $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6; \pm 9; \pm 18$

$P(1) = -1-4+3+18 \neq 0$

$P(2) = -2^3 - 4\cdot 2^2 + 3\cdot 2 + 18 = 0$ ✓

Horner :

	-1	-4	3	18
2		-2	-12	-18
	-1	-6	-9	0

$\Leftrightarrow (x-2)(-x^2-6x-9) > 0$

$\Leftrightarrow -(x-2)(x+3)^2 > 0$

$\quad\ \ \downarrow \qquad\quad \downarrow$

$\quad\ \ 2 \qquad\quad -3$

signe :

x		-3		2	
$x-2$	$-$		$-$	0	$+$
$-(x+3)^2$	$-$	0	$-$		$-$
$P(x)$	$+$	0	$+$	0	$-$

$\Rightarrow S =]-\infty ; 2[- \{-3\}$

$=]-\infty ; -3[\cup]-3 ; 2[$

d) $\dfrac{3-x}{x^2-x-2} \geqslant 0$ $\qquad$ $ED = \mathbb{R} - \{-1 ; 2\}$

zéro : $3-x=0 \iff x=3$

v.i. : $x^2-x-2=0 \iff (x-2)(x+1)=0 \iff x=2$ ou $x=-1$

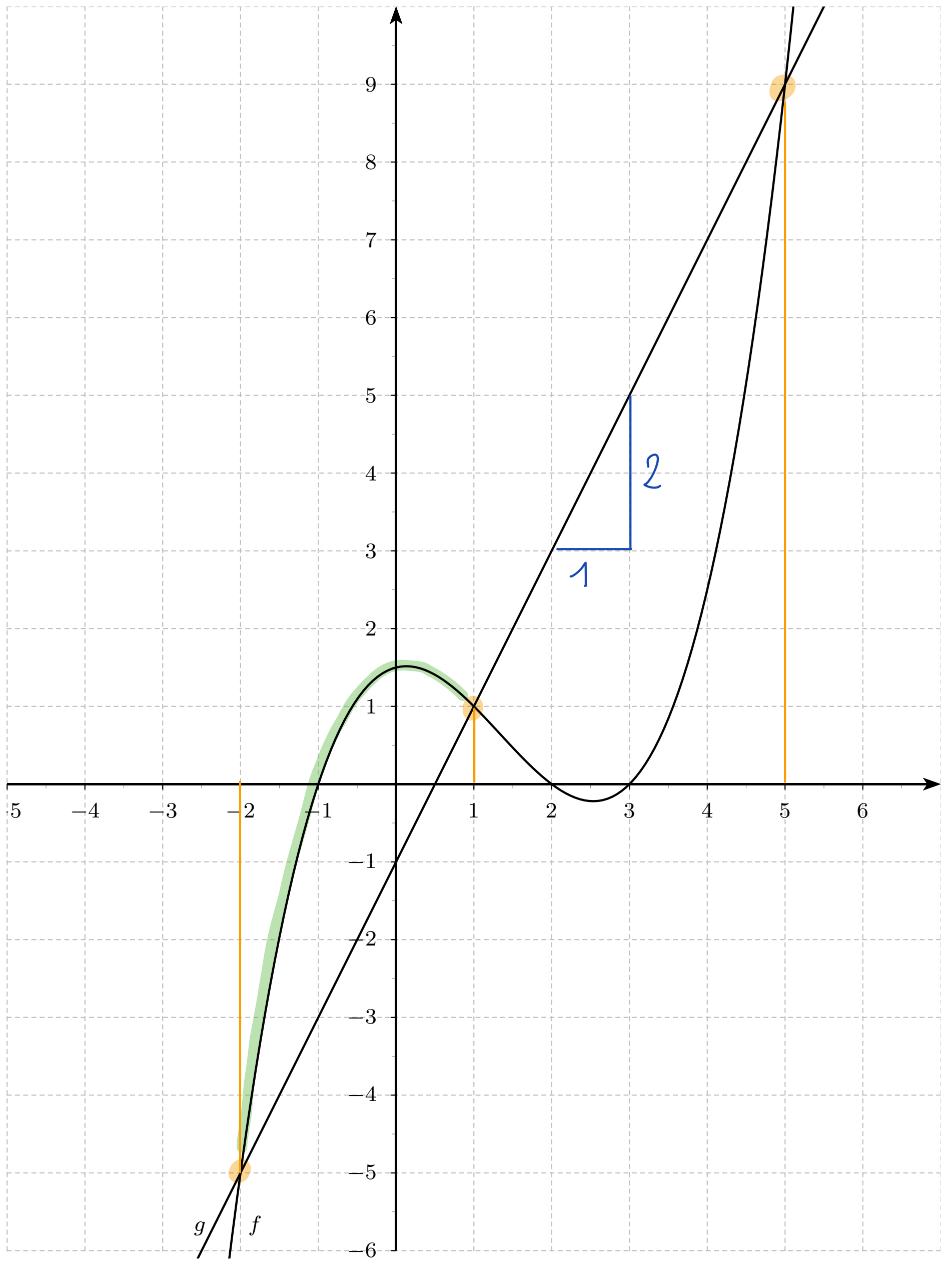
signe :

x		-1		2		3	
$3-x$	$+$		$+$		$+$	0	$-$
x^2-x-2	$+$	0	$-$	0	$+$		$+$
$\dfrac{3-x}{x^2-x-2}$	$+$	$\Vert$	$-$	$\Vert$	$+$	0	$-$

$\Rightarrow$ $S = \left]-\infty ; -1\right[\cup \left]2 ; 3\right]$

Exercice 6.

On donne deux fonctions f et g représentées ci-dessous.



En observant les graphes,

a) estimer la pente de la droite représentant la fonction g $\quad m = \frac{2}{1} = 2$

b) déterminer les tableaux de signe des deux fonctions

c) estimer les valeurs de x sachant que $f(x) = g(x)$ $\quad x \in \{-2;1;5\}$

d) estimer les valeurs de x sachant que $f(x) \geqslant g(x)$ $\quad x \in [-2;1]$

b) signe de f : $-\ \overset{-1}{\Phi}\ +\ \overset{2}{\Phi}\ -\ \overset{3}{\Phi}\ +$

signe de g : $-\ \overset{1/2}{\Phi}\ +$