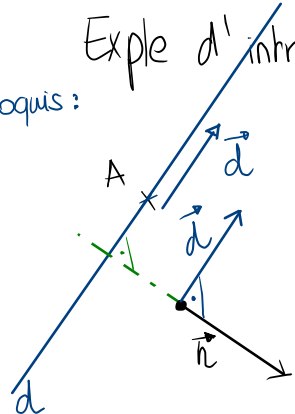


# Droites perpendiculaires et vecteur normal

croquis :



Exple d'intro : déterminer l'équation cartésienne d'une droite passant par  $A(-1;5)$  et perpendiculaire au vecteur  $\vec{n} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$

un vecteur directeur de cette droite est  $\vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$  (il est perpendiculaire à  $\vec{n}$  car  $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix} = 3 \cdot 2 + (-2) \cdot 3 = 0 \checkmark$ )

$$\Rightarrow d: 3x - 2y + c = 0$$

$$\begin{aligned} A \in d: 3(-1) - 2 \cdot 5 + c &= 0 \\ -3 - 10 + c &= 0 \\ c &= 13 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow d: 3x - 2y + 13 = 0$$

On constate que  $\vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$

Définition : Un vecteur  $\vec{n}$  dont la direction est perpendiculaire à une droite est appelé un vecteur normal de la droite.

Propriétés : 1) Si  $\vec{d}$  est un vecteur directeur de la droite alors  $\vec{d} \perp \vec{n}$

↑  
orthogonal  
(ou perpendiculaire)

$$2) d: ax + by + c = 0 \Rightarrow \vec{n} = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$$

$$\vec{d} = \begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$$

$$m = -\frac{a}{b}$$

$$3) d: ax + by + c = 0$$

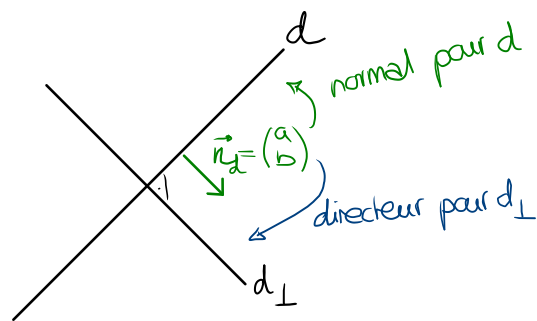
$$\vec{n}_d = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix} = \vec{d}_\perp$$

un vecteur normal de d  
est un vecteur directeur de  $d_\perp$

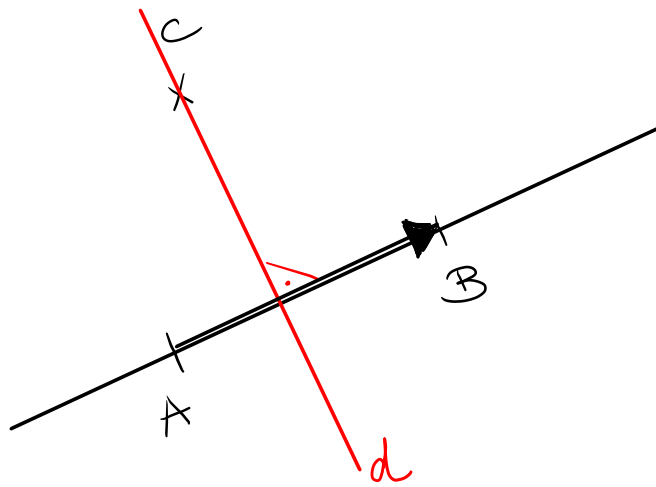
$$d_\perp: -bx + ay + k = 0$$

$$\text{ou } \boxed{bx - ay + k = 0}$$

droite  $\perp$  à d



Exemples 1) Déterminer l'équa. cart. d'une droite perpendiculaire à  $\vec{AB}$  et passant par C avec  $A(1;3)$ ,  $B(0;7)$ ,  $C(-2;1)$



$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} 0-1 \\ 7-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \vec{n}_d$$

directeur pour la droite AB

normal (perpendiculaire) à la droite d.

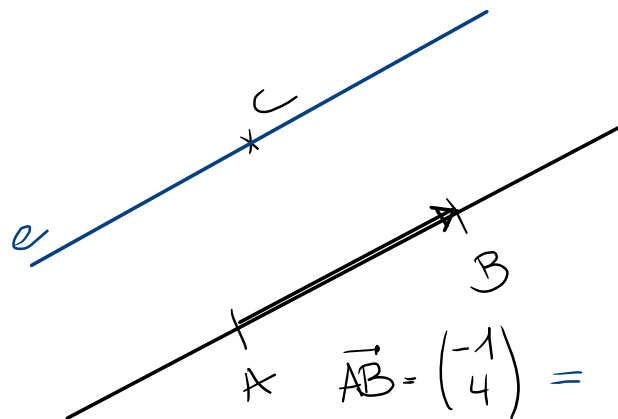
$$\Rightarrow d: -x + 4y + C = 0$$

$$C(-2;1) \in d: -(-2) + 4 \cdot 1 + C = 0$$

$$C = -6$$

$$\Rightarrow \underline{d: -x + 4y - 6 = 0}$$

2) Avec les m points A, B et C déterminer l'équa. cart. d'une droite e parallèle à  $\vec{AB}$  et passant par C



$$\vec{AB} = \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \vec{d}_e$$

$$\Rightarrow e: 4x + y + C = 0$$

$$C(-2;1) \in e \Rightarrow 4 \cdot (-2) + 1 + C = 0$$

$$C = 7$$

$$\left. \begin{array}{l} e: 4x + y + C = 0 \\ C = 7 \end{array} \right\} \underline{e: 4x + y + 7 = 0}$$