

Signe des fonctions polynomiales et rationnelles

$$\text{Exple : } f(x) = -x^3 - 4x^2 + 3x + 18$$

màs : 1) Factoriser f pour trouver les zéros de f .

On obtient des facteurs de degré 1 ou de degré 2.

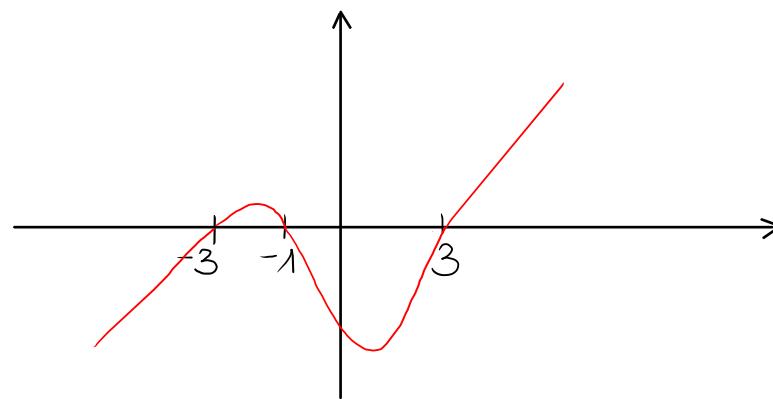
2) On étudie le signe de chaque facteur dans 1 tableau.

3) On utilise ensuite la règle des signes sur chaque intervalle.

Exemple : a) $f(x) = (x+1)(\underbrace{x^2 - 6x + 10}_{\Delta = 36 - 40 < 0})(x^2 - 9)$

x	-3	-1	3	
$\operatorname{sgn}(x+1)$	-	+	+	+
$\operatorname{sgn}(x^2-6x+10)$	+	+	+	+
$\operatorname{sgn}(x^2-9)$	+	0	-	-
$\operatorname{sgn}(f)$	-	0	+	0

CROQUIS :



b) $f(x) = -x^3 - 4x^2 + 3x + 18$

$$= (x-2)(-x^2-6x-9)$$

$$= -(x-2)(x^2+6x+9)$$

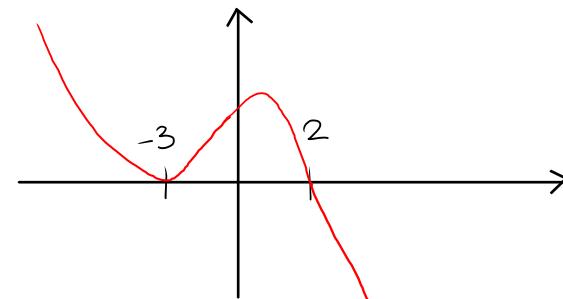
$$= -(x-2)(x+3)^2$$

zéros : 2 -3

ne pas oublier !

x	-3	2	
x-2	-	○	+
$-x^2-6x-9$	-	○	-
f	+	○	+

croquis



candidates : $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6, \pm 9, \pm 18$

$$f(2) = -8 - 4 \cdot 4 + 6 + 18 = 0 \quad \checkmark$$

2	-1	-4	3	18
	-2	-12	-18	
	-1	-6	-9	0

3.3.21

a) $f(x) = \underline{x^3} + 2x^2 - \underline{x - 2}$

$$= x^2(x+2) - (x+2)$$

$$= (x+2)(x^2-1)$$

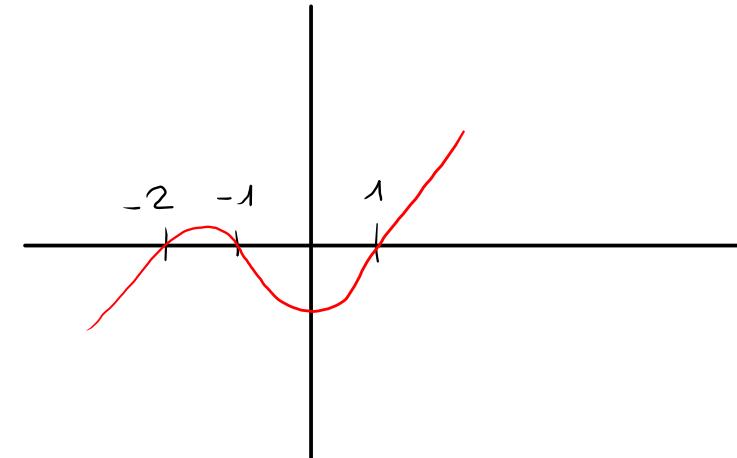
$$= (x+2)(x+1)(x-1)$$

\downarrow \downarrow \downarrow

-2 -1 1

meé? X
PR? X
GR?
Horner?

X	-2	-1	1
$x+2$	-○	+	+
x^2-1	+	+○	-○
f	-○	+	-○



b) $f(x) = (x^3 - x^2 + x)(2-x)$

$$= x(\overbrace{x^2 - x + 1}^{\Delta < 0})(2-x)$$

\downarrow $\Delta < 0$ \downarrow

0 2

X	○	2
x	-○	+
$x^2 - x + 1$	+	+
$2-x$	+	○

- ○ + ○ -