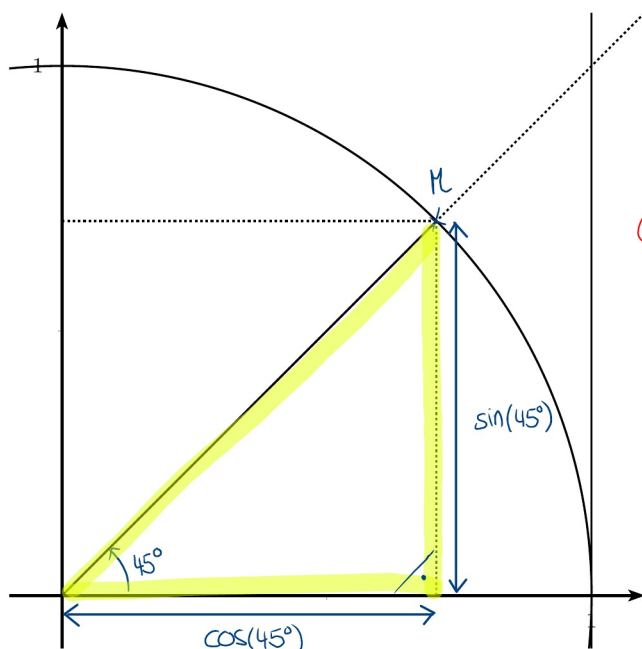


Déterminer les valeurs exactes des fonctions trigonométriques de l'angle de 45° .



$$\cos(45^\circ) = \sin(45^\circ) \text{ car } \triangle \text{ isocèle} \quad (1)$$

$$\sin^2(45^\circ) + \cos^2(45^\circ) = 1$$

$$\stackrel{(1)}{\Rightarrow} \sin^2(45^\circ) + \sin^2(45^\circ) = 1$$

$$2 \sin^2(45^\circ) = 1 \quad | :2$$

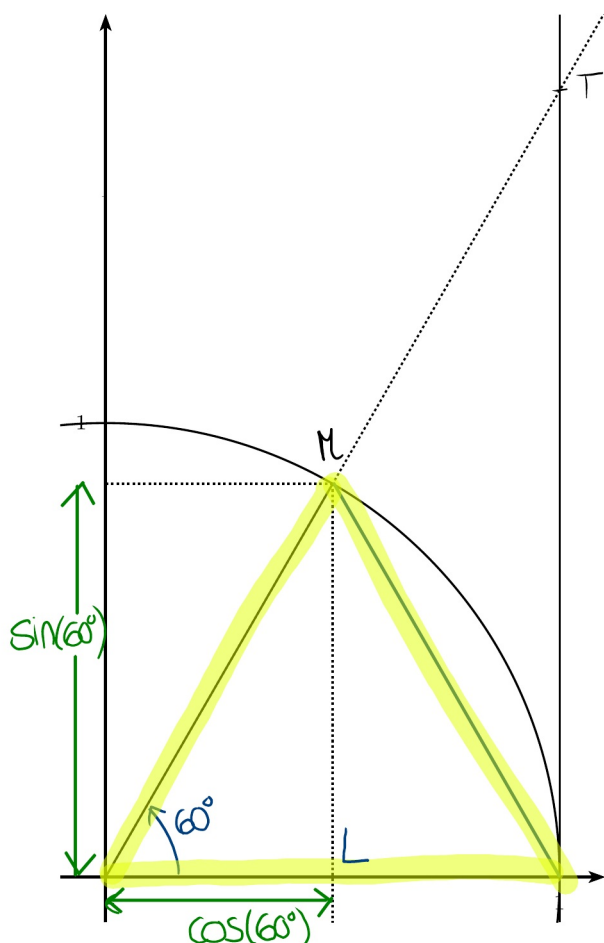
$$\sin^2(45^\circ) = \frac{1}{2}$$

$$\boxed{\sin(45^\circ) = \sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\cos(45^\circ) = \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\tan(45^\circ) = \frac{\sin(45^\circ)}{\cos(45^\circ)} \stackrel{(1)}{=} \frac{\sin(45^\circ)}{\sin(45^\circ)} = 1}$$

Déterminer les valeurs exactes des fonctions trigonométriques de l'angle de 60° .



le $\triangle$ est équilatéral

$$\Rightarrow \boxed{\cos(60^\circ) = \frac{1}{2}} \text{ (car hauteur = médiane)}$$

$$\sin(60^\circ) = h \text{ hauteur du } \triangle$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^2 + h^2 = 1^2$$

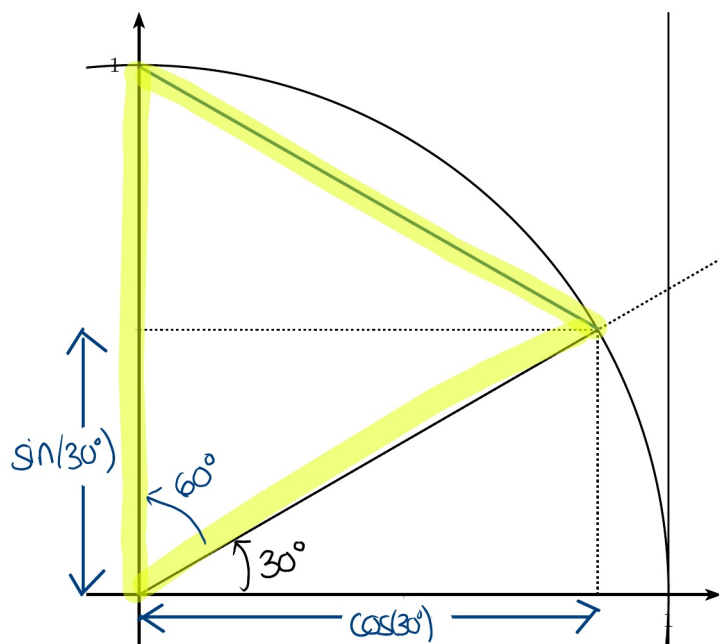
$$h = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}}$$

$$= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \boxed{\sin(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\Rightarrow \boxed{\tan(60^\circ) = \frac{\sqrt{3}/2}{1/2} = \sqrt{3}}$$

Déterminer les valeurs exactes des fonctions trigonométriques de l'angle de 30° .



le $\triangle$ est équilatéral car isocèle et un angle de 60°
 $90^\circ - 30^\circ$

$$\Rightarrow \sin(30^\circ) = \frac{1}{2}$$

et $\cos(30^\circ) = h$ hauteur du $\triangle$

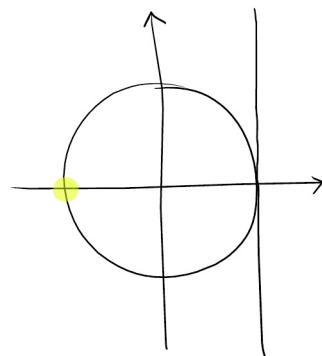
$$\Rightarrow h = \sqrt{1^2 - \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{1 - \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \cos(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

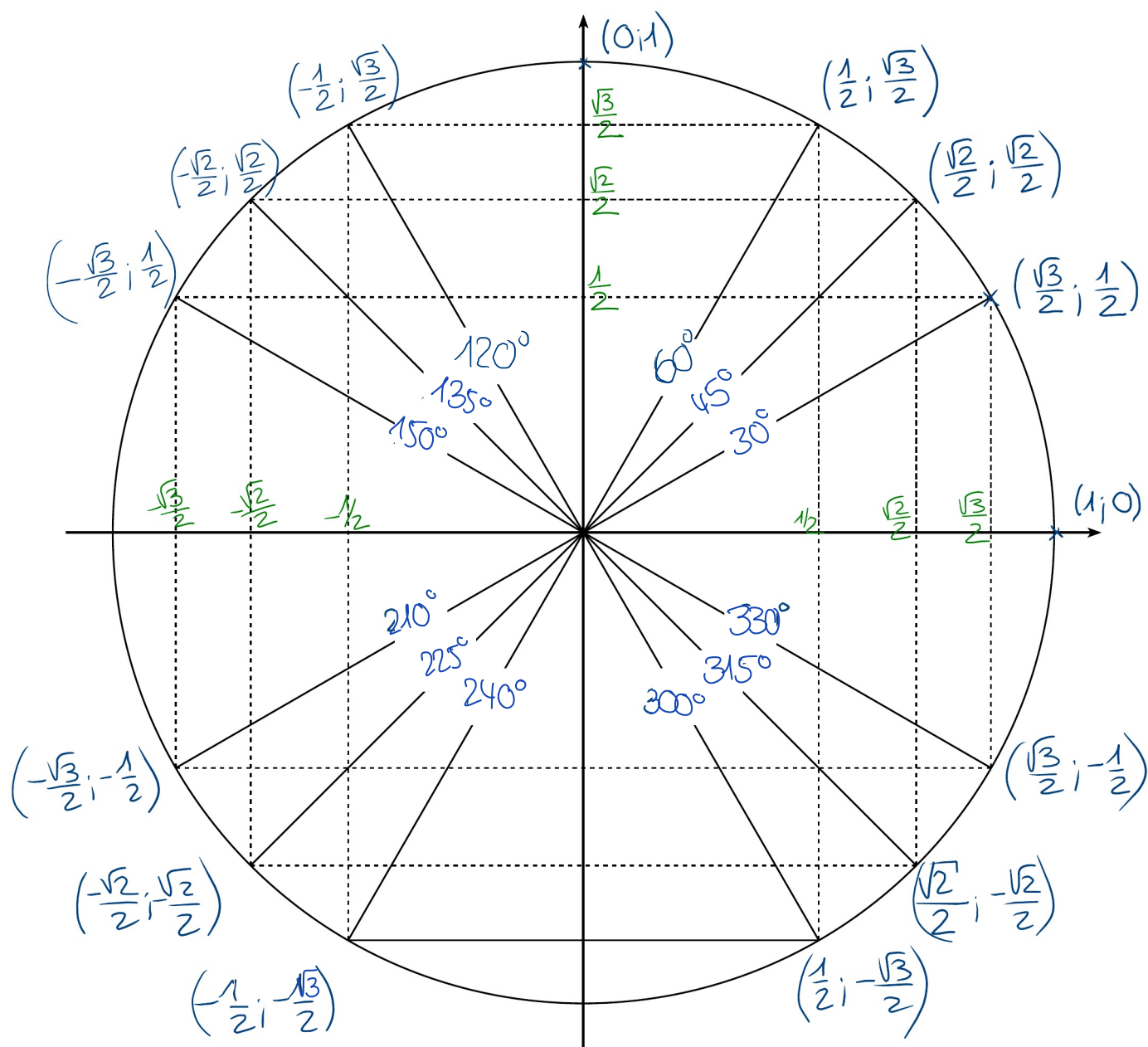
$$\Rightarrow \tan(30^\circ) = \frac{1/2}{\sqrt{3}/2} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Quelques valeurs à connaître :

α	$\cos(\alpha)$	$\sin(\alpha)$	$\tan(\alpha)$
0°	1	0	0
30°	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$
45°	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$	1
60°	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$
90°	0	1	—
180°	-1	0	0
270°	0	-1	—



Par symétrie on peut déterminer les valeurs exactes d'autres angles.



Résoudre

$$1) \sin(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \alpha = \begin{cases} 60^\circ + k \cdot 360^\circ \\ 120^\circ + k \cdot 360^\circ \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$2) \cos(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \alpha = \begin{cases} 30^\circ + k \cdot 360^\circ \\ 330^\circ + k \cdot 360^\circ \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

$$\Leftrightarrow \alpha = \begin{cases} 30^\circ + k \cdot 360^\circ \\ -30^\circ + k \cdot 360^\circ \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

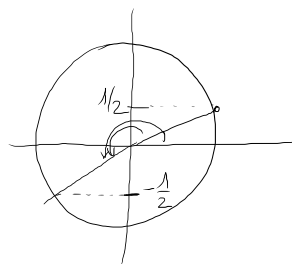
Donner la valeur exacte de

$$1) \sin(45^\circ) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$2) \sin(210^\circ) = -\frac{1}{2}$$

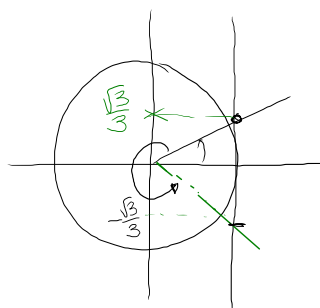
$$\downarrow$$
$$180^\circ + 30^\circ$$
$$\swarrow$$
$$\frac{1}{2}$$

$$\sin(30^\circ) = -\sin(210^\circ)$$



$$3) \tan(300^\circ) = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\tan(30^\circ) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



$$4) \cos(135^\circ) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

Résoudre : $\cos(\alpha) = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \alpha = \begin{cases} 135^\circ + k \cdot 360^\circ \\ -135^\circ + k \cdot 360^\circ \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$

$$\Leftrightarrow \alpha = \begin{cases} 135^\circ + k \cdot 360^\circ \\ 225^\circ + k \cdot 360^\circ \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$