

2.4 Exercices

Exercice 2.1 Réduire

a) $2^5 \cdot 2^3 =$

d) $3^2 \cdot 4^3 =$

b) $3^{1017} \cdot 3^5 =$

e) $a^{17} \cdot a^{22} =$

c) $5^0 \cdot 5^{12} =$

f) $x \cdot x^7 =$

Exercice 2.2 Réduire

a) $(4^5)^3 =$

d) $(10^m)^2 =$

b) $(2^5)^{105} =$

e) $(a^5)^7 =$

c) $(3^0)^{15} =$

f) $(x^3)^3 =$

Exercice 2.3 Réduire

a) $(3 \cdot 2)^2 =$

c) $(3x)^4 =$

b) $2^5 \cdot 5^5 =$

d) $(-2x^3)^2 =$

Exercice 2.4 Réduire

a) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 =$

c) $\frac{2^4}{3} =$

b) $\left(\frac{36}{24}\right)^2 =$

d) $\left(\frac{3}{1000}\right)^x =$

Exercice 2.5 Réduire

a) $\frac{2^5}{2^3} =$

f) $\frac{a^{47}}{a^{23}} =$

b) $\frac{4^{2218}}{4^{20}} =$

g) $\frac{x^3 \cdot x^4}{x^6} =$

c) $\frac{7^{17}}{7^0} =$

h) $\frac{(x^3)^2}{x^3 \cdot x^3} =$

d) $\frac{2^4}{3^3} =$

e) $\frac{3^4}{3^4} =$

i) $\left(\frac{(2x)^3}{5x^2}\right)^2 =$

Exercice 2.6 Réduire

a) $3^{-2} =$

d) $-2^{-5} =$

b) $2^{-5} =$

e) $3^{-1} =$

c) $-2^5 =$

f) $10^{-3} =$

Exercice 2.7 Réduire

a) $2^{-2} \cdot 2^5 =$

j) $\left(\frac{4^4}{4^3}\right)^{-3} =$

b) $\frac{4^{-3}}{4^{-2}} =$

k) $\left(\frac{98^2}{76^0}\right)^4 =$

c) $3^2 + 3^3 =$

d) $5^2 \cdot 5^4 \cdot 5^3 =$

l) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} =$

e) $3^3 \cdot 9^2 \cdot 3^5 =$

f) $(2^{-3})^2 =$

m) $\left(\frac{2^7}{2^{-3} \cdot 2^5}\right)^2 =$

g) $(3^5 \cdot 3^3)^2 =$

n) $\frac{5^{-3}}{2^{-4}} =$

h) $\left(\frac{3^9}{3^7}\right)^2 =$

o) $\left(\frac{a^{-3}}{b^{-2}}\right)^{-7} =$

i) $\left(\frac{5^{-9}}{5^{19}}\right)^3 =$

p) $\left(\frac{a^0}{b^2}\right)^{-5} =$

Exercice 2.8 Réduire

a) $(a^3)^4 =$

d) $(a^{-1})^2 \cdot a^{-3} =$

b) $a^3 \cdot a^4 =$

e) $a^{-4} \cdot (a^2)^4 \cdot a^{-4} =$

c) $(a^4)^5 \cdot a^8 =$

f) $\frac{a^{11} \cdot b^7}{a^8 \cdot b} =$

Exercice 2.9 Réduire

$$\text{a) } \frac{1}{a^5} \cdot (2a^3)^4 \cdot \frac{1}{4(a^2)^3} =$$

$$\text{b) } \left(\frac{2a}{3b^2}\right)^4 \cdot \left(\frac{9b}{4a^2}\right)^2 =$$

$$\text{c) } \left(\frac{8a^{-3}}{5b^{-2}}\right)^{-2} \cdot \left(\frac{5a^3}{4b^2}\right)^4 =$$

$$\text{d) } \left(\left(2a^3\right)^3\right)^2 \cdot \left(\left(\frac{b}{2a^3}\right)^2\right)^3 =$$

Exercice 2.10 Réduire

$$\text{a) } \left(\frac{x}{4}\right)^2 \cdot (x^{-5})^2 =$$

$$\text{b) } \left(\frac{5}{x^3}\right)^3 \cdot \left(\frac{9x^3}{25}\right)^2 =$$

$$\text{c) } \frac{2}{x^2} \cdot \frac{x^3}{8} \cdot \frac{2x^2}{x} =$$

$$\text{d) } x^{-8} \cdot x^7 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x} =$$

$$\text{e) } x^{2n} \cdot x^{2n+1} \cdot (x^{2n})^{-2} =$$

Exercice 2.11 Réduire

a) $6^2 \cdot 6^0 \cdot 6^1 \cdot 6 =$

b) $\frac{3^5}{3^2} =$

c) $(2^2)^5 =$

d) $(3xy^2 \cdot 5z^3)^2 =$

e) $(x \cdot (x - 3))^2 =$

f) $2^9 \cdot 5^9 =$

g) $2^3 \cdot (-2)^3 \cdot (-1)^3 =$

h) $8^2 \cdot 4^3 \cdot 2^2 =$

i) $\frac{(7^2)^3 \cdot (7 \cdot 7^2)^2}{49 \cdot 7^{11}} =$

j) $(-1)^{2021} =$

k) $\left(-\frac{3}{2}\right)^3 =$

l) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \div \left(\frac{5}{3}\right)^3 =$

m) $\left(\frac{24}{30}\right)^2 \cdot \left(\frac{15}{12}\right)^3 =$

n) $\frac{3^2 + 3^3}{2^2 - 2^3} =$

o) $\left(\frac{3^9}{3^7}\right)^2 =$

p) $10^6 - 10 \cdot 10^2 - (10^3)^2 =$

q) $3 \cdot 10^3 - 10^3 + 1,2 \cdot 10^3 =$

Exercice 2.12 Réduire

a) $4^{-2} =$

b) $5^{-3} =$

c) $10^{-2} \cdot 10^{-4} =$

d) $-2^3 + 2^{-3} =$

e) $x^{-2} =$

f) $-x^{-4} =$

g) $(3x)^{-2} \cdot 3x^3 =$

h) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} =$

i) $\left(-\frac{3}{2}\right)^{-4} =$

j) $\frac{4^{-2}}{5^{-3}} =$

k) $\frac{(3x)^3}{3x^{-2}} =$

l) $\frac{9 \cdot 10^{-9}}{(3 \cdot 10^{-3})^2} =$

m) $(x^n)^2 \cdot x^{-n} \cdot \frac{1}{x^n} =$

n) $4 \cdot 10^{-1} + 5 \cdot 10^{-2} + 6 \cdot 10^{-3} =$

o) $10'000 \cdot \frac{500}{200'000} \cdot (2 \cdot 10^{-2})^2 =$

Exercice 2.13

Au début de notre ère, un roi oriental voulut récompenser un brillant savant. Il demanda au savant ce qu'il désirait. Le savant apporta un échiquier et lui dit :

« Donnez-moi un grain de riz pour la 1^{re} case, 2 grains de riz pour la 2^e case, 4 grains de riz pour la 3^e case, 8 grains de riz pour la 4^e case, et ainsi de suite. »

Le roi trouva cette demande saugrenue et pensait que le savant était trop modeste.

Sachant que 100 grains de riz pèsent 10 g, calculer la masse de riz (en kg) à placer sur la :

- a) 16^e case ?
- b) 32^e case ?
- c) 64^e case (dernière case) ?
- d) La demande du savant était-elle vraiment modeste ?

Voici un tableau des principaux pays producteurs de riz pour l'année 2009.

(Mt = Millions de tonne = Milliards de kg)

Principaux pays producteurs (2009, FAO )

	Surface cultivée (Mha)	Rendement (tonne/ha)	Production (Mt)	Production (%)
 Chine	29,88	6,58	196,68	28,70
 Inde	41,85	3,19	133,70	19,51
 Indonésie	12,88	4,99	64,40	9,40
 Bangladesh	11,35	4,20	47,72	6,96
 Viêt Nam	7,44	5,23	38,90	5,68
 Birmanie	8,00	4,09	32,68	4,77
 Thaïlande	10,96	2,87	31,46	4,59
 Philippines	4,53	3,59	16,27	2,37
 Brésil	2,87	4,40	12,65	1,85
 Japon	1,62	6,52	10,59	1,55
 Pakistan	2,88	3,58	10,32	1,51
 États-Unis	1,26	7,94	9,97	1,46
 Cambodge	2,68	2,84	7,59	1,11
 Égypte	0,75	10,00	7,50	1,09
 Corée du Sud	0,92	7,60	7,02	1,02

- e) La production de la Chine suffirait-elle à remplir la dernière case ?

- f) Quelle case les États-Unis seraient-ils capable de remplir ?

Exercice 2.14

Écrire en notation scientifique, en utilisant les notations du système international (la seconde (s), le mètre (m), le mètre par seconde ($\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$), le kilogramme (kg)).

- a) Le rayon de la Terre : $r = 6'400$ km.
- b) La masse de la Terre : $M_{\text{Terre}} = 5'972$ milliards de milliards de tonnes.
- c) La quantité de neige tombée en Suisse en 3 jours en février 1'999 : un demi-milliard de tonnes.
- d) La masse de l'électron : $m_e = 9,109 \cdot 10^{-16}$ milliardième de milligramme.
- e) La vitesse de la lumière $c = 299'792'458$ mètres par seconde.
- f) L'épaisseur d'une bande magnétique : $b = 20$ millièmes de millimètre.

Exercice 2.15 Calculer et écrire le résultat en notation scientifique :

- a) $230'000'000'000'000 =$
- b) $0,0000000000002345 =$
- c) $12'000'000 \cdot 0,00000012 =$
- d) $400 \cdot 10^4 \cdot 13 \cdot 10^5 =$
- e) $40'000 \cdot 10^{-10} \cdot 0,005 \cdot 10^{-2} =$
- f) $200^3 \cdot 0,000002^{-4} =$

g) $\frac{0,46 \cdot 10^{-5}}{200 \cdot 10^{-8}} =$

h) $\frac{(2 \cdot 10^{-2})^2}{(3 \cdot 10^2)^2} \cdot \frac{5 \cdot (10^4)^2}{3^{-2} \cdot 10^{-3}} =$

Exercice 2.16

Le Soleil est un corps relativement simple, une gigantesque boule de gaz de 1,39 millions de kilomètres de diamètre, soit 109 fois le diamètre de la Terre. Sa masse est de 1'990 milliards de milliards de milliards de kilogrammes, soit 333'000 fois celle de la Terre. Environ 75% de cette masse est composée d'hydrogène, 23% d'hélium et le reste (2%) est constitué d'éléments plus lourds.

À l'aide de ces indications uniquement, calculer :

a) Le rayon de la Terre :

b) La masse de la Terre :

c) La masse d'hydrogène du Soleil :

d) Si vous vouliez réaliser une maquette du système solaire en prenant pour le Soleil une sphère de 1 mètre de diamètre, quel devrait être, au mm près, le diamètre de la sphère qui représenterait la Terre ?

Exercice 2.17

Le corps humain contient en moyenne 5,5 litres de sang et environ 5 millions de globules rouges par millimètre cube de sang. Calculer le nombre de globules rouges contenus en moyenne dans le corps humain (calculs et réponse en notation scientifique) :

Exercice 2.18

Un cœur sain bat entre 70 et 90 fois par minute. Calculer le nombre de battements de cœur d'un individu qui vit jusqu'à 80 ans :

Exercice 2.19

Le nombre de molécules d'un gaz parfait par centimètre cube est de 26'900'000'000'000'000'000.

a) Quel est le nombre de molécules d'un gaz parfait par mètre cube ?

b) Quel est le nombre de molécules d'un gaz parfait par micromètre cube ?

Exercice 2.20

La force de gravitation (en Newton) entre deux astres est donnée par la formule

$$F = G \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{d^2}$$

où m_1 et m_2 sont les masses (en kg) respectives des 2 astres, d la distance (en m) entre les deux astres et G la constante gravitationnelle valant environ $7 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2\text{kg}^{-2}$.

Déterminer la force de gravitation (en Newton) agissant entre la Terre et la Lune.

La réponse sera donnée en notation scientifique.

On prendra : $m_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ $m_L = 7 \cdot 10^{22} \text{ kg}$ $d = 400'000 \text{ km}$.

Exercice 2.21

Le sel de cuisine, ou chlorure de sodium (NaCl) est un cristal ionique formé des ions sodium Na^+ et chlorure Cl^- .

Tous les ions portent des charges multiples de la charge élémentaire e .

La charge de l'ion sodium est $q_{\text{Na}^+} = e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ($\text{C} = \text{Coulomb}$).

La charge de l'ion chlorure est $q_{\text{Cl}^-} = -e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

La force électrique (en Newton) entre deux charges ponctuelles q_1 et q_2 est donnée par la formule

$$F_{1,2} = k_C \cdot \frac{|q_1| \cdot |q_2|}{r^2} \quad (\text{loi de Coulomb})$$

où $k_C = \text{constante de Coulomb} \simeq 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2\text{C}^{-2}$, et r est la distance (en m) séparant les centres des deux charges.

On admettra que la distance entre les centres d'un ion sodium et d'un ion chlorure vaut $r \simeq 3 \cdot 10^{-10} \text{ m}$.

Déterminer la force électrique $F_{1,2}$ (en Newton) liant un ion sodium et un ion chlorure.

La réponse sera donnée en notation scientifique :

Exercice 2.22

a) Réduire A :

$$A = \frac{a^{-2} b^{-3} (a^{-3} b^{-1})^5}{(a^2)^{-6} (b^2)^{-5}} =$$

b) Calculer la valeur de A si $a = 10^2$ et $b = 10^{-3}$:

Exercice 2.23 Réduire

a) $\sqrt{8} =$

b) $\sqrt{27} =$

c) $\sqrt{48} =$

d) $\sqrt{72} =$

e) $\sqrt{98} =$

f) $\sqrt{216} =$

g) $\sqrt{425} =$

h) $\sqrt{1000} =$

i) $\sqrt{1344} =$

j) $\left(3\sqrt{5}\right)^2 =$

k) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{12} =$

l) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{6} =$

m) $\sqrt{0,000036} =$

n) $\left(\sqrt{2}\right)^5 =$

o) $\sqrt{18} \cdot \sqrt{12} \cdot \sqrt{24} =$

p) $\sqrt{3 \cdot 10^2} =$

Exercice 2.24 Simplifier

a) $-3\sqrt{3} + 5\sqrt{3} + 12\sqrt{3} - 16\sqrt{3} =$

b) $\sqrt{3} + \sqrt{2} - 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3} =$

c) $\sqrt{8} + \sqrt{18} =$

d) $\sqrt{98} - \sqrt{162} + \sqrt{72} - \sqrt{50} =$

e) $5\sqrt{68} - 9\sqrt{153} + \sqrt{17} =$

f) $3\sqrt{54} + 2\sqrt{24} - 5\sqrt{96} =$

g) $4\sqrt{18} - 5(\sqrt{50} - \sqrt{128}) =$

Exercice 2.25 Simplifier

a) $\frac{4 - 4\sqrt{2}}{4} =$

b) $\frac{9 - 6\sqrt{5}}{3} =$

c) $\frac{12 \pm \sqrt{72}}{6} =$

d) $\frac{7 \pm \sqrt{392}}{21} =$

Exercice 2.26

Dans un triangle ABC rectangle en A , on donne $AB = \sqrt{18}$ cm et $AC = \sqrt{32}$ cm.

- a) Calculer BC :

- b) Calculer le périmètre du triangle ABC :

- c) Calculer l'aire du triangle ABC :

Exercice 2.27

Un rectangle $ABCD$ a une aire de 18 cm^2 . Le côté AB mesure $2\sqrt{3}$ cm.

Calculer la valeur exacte du côté BC :

Exercice 2.28

Un cube mesure $2\sqrt{2}$ cm de côté.

- a) Calculer son volume :

- b) Calculer l'aire totale des faces :

- c) Calculer la longueur d'une grande diagonale :

2.5 Solutions des exercices

2.1

a) $2^8 = 256$

c) 5^{12}

e) a^{39}

b) 3^{1022}

d) $9 \cdot 64 = 576$

f) x^8

2.2

a) $4^{15} = 2^{30}$

c) 1

e) a^{35}

b) 2^{525}

d) 10^{2m}

f) x^9

2.3

a) $3^2 \cdot 2^2 = 9 \cdot 4 = 36$ ou $6^2 = 36$

b) $10^5 = 100'000$

c) $81x^4$

d) $4x^6$

2.4

a) $\frac{8}{27}$

b) $\frac{9}{4} = 2,25$

c) $\frac{16}{3}$

d) $\frac{3^x}{1000^x} = \frac{3^x}{10^{3x}}$

2.5

a) $2^2 = 4$

d) $\frac{16}{27}$

g) x

b) $4^{2198} = 2^{4396}$

e) 1

h) 1

c) 7^{17}

f) a^{24}

i) $\frac{64x^2}{25}$

2.6

a) $\frac{1}{9}$

b) $\frac{1}{32}$

c) -32

d) $-\frac{1}{32}$

e) $\frac{1}{3}$

f) $\frac{1}{1'000}$

2.7

a) 8

e) 3^{12}

i) $\frac{1}{5^{84}}$

m) $2^{10} = 1024$

b) $\frac{1}{4} = 0,25$

f) $\frac{1}{64}$

j) $\frac{1}{64}$

n) $\frac{16}{125}$

c) 36

g) 3^{16}

k) 98^8

o) $\frac{a^{21}}{b^{14}}$

d) 5^9

h) 81

l) $\frac{25}{4}$

p) b^{10}

2.8

a) a^{12}

d) $a^{-5} = \frac{1}{a^5}$

b) a^7

e) 1

c) a^{28}

f) $a^3 \cdot b^6$

2.9

a) $4a$

c) $\frac{15'625 a^{18}}{16'384 b^{12}} = \frac{15'625}{16'384} a^{18} b^{-12}$

b) $b^{-6} = \frac{1}{b^6}$

d) b^6

2.10

a) $\frac{1}{16x^8} = \frac{1}{16} x^{-8}$

c) $\frac{1}{2} x^2 = \frac{x^2}{2}$

e) x

b) $\frac{81}{5x^3} = \frac{81}{5} x^{-3}$

d) 1

2.11

a) 1'296

f) $10^9 = 1$ milliard

j) -1

n) -9

b) 27

g) 64

k) $-\frac{27}{8}$

o) 81

c) 1'024

h) 16'384

l) $\frac{8}{125}$

p) -1'000

d) $225x^2y^4z^6$

e) $x^4 - 6x^3 + 9x^2$

i) $\frac{1}{7}$

m) $\frac{5}{4}$

q) 3'200

2.12

a) $\frac{1}{16}$

e) $\frac{1}{x^2}$

i) $\frac{16}{81}$

m) 1 ($x \neq 0$)

b) $\frac{1}{125}$

f) $-\frac{1}{x^4}$

j) $\frac{125}{16}$

n) 0,456

c) $\frac{1}{1'000'000}$

g) $\frac{x}{3} = \frac{1}{3}x$

k) $9x^5$

o) 0,01

d) $-\frac{63}{8}$

h) $\frac{25}{4}$

l) 0,001

2.13

- a) 3,3 kg
- b) 215'000 kg
- c) $9,2 \cdot 10^{14}$ kg
- d) Non !
- e) Non !
- f) Les États-Unis pourraient remplir jusqu'à la 47^e case.

2.14

- a) $r = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$
b) $M_{Terre} = 5,972 \cdot 10^{24} \text{ kg}$
c) $5 \cdot 10^{11} \text{ kg}$
d) $m_e = 9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
e) $c \simeq 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ($\simeq 300'000 \text{ km/s}$)
f) $b = 2 \cdot 10^{-5} \text{ m}$

2.15

- a) $2,3 \cdot 10^{14}$ c) $1,44 \cdot 10^0$ e) $2 \cdot 10^{-10}$ g) $2,3 \cdot 10^0$
b) $2,345 \cdot 10^{-13}$ d) $5,2 \cdot 10^{12}$ f) $5 \cdot 10^{29}$ h) $2 \cdot 10^4$

2.16

- a) $\simeq 6,4 \cdot 10^6$ m b) $\simeq 6,0 \cdot 10^{24}$ kg c) $\simeq 1,5 \cdot 10^{30}$ kg d) $\simeq 9$ mm

2.17 Le corps humain contient environ $2,75 \cdot 10^{13}$ globules rouges.

2.18 Entre $2,9 \cdot 10^9$ et $3,8 \cdot 10^9$ battements.

- 2.19** a) $2,69 \cdot 10^{25}$ molécules par m^3 b) $2,69 \cdot 10^7$ molécules par μm^3

2.20 $F \simeq 2 \cdot 10^{20}$ N.

2.21 $F = 2,56 \cdot 10^{-9} \text{ N}$.

2.22

- a) $A = a^{-5}b^2 = \frac{b^2}{a^5}$ b) $A = 10^{-16}$

2.23

- | | | | |
|----------------|------------------|-----------------|-----------------|
| a) $2\sqrt{2}$ | e) $7\sqrt{2}$ | i) $8\sqrt{21}$ | m) 0,006 |
| b) $3\sqrt{3}$ | f) $6\sqrt{6}$ | j) 45 | n) $4\sqrt{2}$ |
| c) $4\sqrt{3}$ | g) $5\sqrt{17}$ | k) 12 | o) 72 |
| d) $6\sqrt{2}$ | h) $10\sqrt{10}$ | l) $6\sqrt{3}$ | p) $10\sqrt{3}$ |

2.24

a) $-2\sqrt{3}$

c) $5\sqrt{2}$

e) $-16\sqrt{17}$

g) $27\sqrt{2}$

b) $-2\sqrt{2} - \sqrt{3}$

d) $-\sqrt{2}$

f) $-7\sqrt{6}$

2.25

a) $1 - \sqrt{2}$

b) $3 - 2\sqrt{5}$

c) $2 \pm \sqrt{2}$

d) $\frac{1 \pm 2\sqrt{2}}{3}$

2.26

a) $5\sqrt{2} \text{ cm}$

b) $12\sqrt{2} \text{ cm}$

c) 12 cm^2

2.27 $3\sqrt{3} \text{ cm}$ **2.28**

a) $16\sqrt{2} \text{ cm}^3$

b) 48 cm^2

c) $2\sqrt{6} \text{ cm}$