Fonction Exp. et Log. - I

Nom Prénom : ....

Durée : 20 min. Calculatrice et formulaire autorisés.
Indiquer le détail des calculs et/ou du raisonnement.

Exercice 1

Déterminer l'ensemble de définition et les zéros des fonctions suivantes.

a) $f(x) = \ln(4 - 2x)$

cond : $4-2x > 0 \Leftrightarrow 4 > 2x \Leftrightarrow x < 2$ ou

x		2	
	$+$	0	$-$

1. $ED(f) =]-\infty ; 2[$

2. zéro : $\ln(4-2x) = 0 \Leftrightarrow 4-2x = 1 \Leftrightarrow 3 = 2x \Leftrightarrow x = \frac{3}{2} \in ED(f)$ ✓

b) $f(x) = \ln(x^2 - x - 2)$

cond : $x^2 - x - 2 > 0 \Leftrightarrow (x+1)(x-2) > 0$

$\quad -1 \quad 2$

x		-1		2	
	$+$	0	$-$	0	$+$

1. $ED(f) =]-\infty ; -1[\cup]2 ; +\infty[$

2. zéros : $\ln(x^2-x-2) = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 1$

$\Leftrightarrow x^2 - x - 3 = 0 \qquad \Delta = 13$

$\Rightarrow x_{1,2} = \frac{1 \pm \sqrt{13}}{2} \in ED(f)$ ✓

c) $f(x) = \dfrac{\ln(x^2)}{e^x - 3}$

cond : $x^2 > 0$ et $e^x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 0$ et $e^x \neq 3$

$\Leftrightarrow x \neq 0$ et $x \neq \ln(3)$

1. $ED(f) = \mathbb{R}^* - \{\ln(3)\}$

2. zéros : $\ln(x^2) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = \pm 1 \in ED(f)$ ✓

Exercice 2

Calculer la dérivée des fonctions suivantes.

a) $f(x) = xe^{x^2+1}$

$\begin{pmatrix} u = x & u' = 1 \\ v = e^{x^2+1} & v' = 2xe^{x^2+1} \end{pmatrix}$

$$f'(x) = 1 \cdot e^{x^2+1} + x \cdot 2xe^{x^2+1}$$

$$= e^{x^2+1} + 2x^2e^{x^2+1} = e^{x^2+1}(1+2x^2)$$

b) $f(x) = \frac{x^2}{e^x}$

$\begin{pmatrix} u = x^2 & u' = 2x \\ v = e^x & v' = e^x \end{pmatrix}$

$$f'(x) = \frac{2xe^x - x^2e^x}{\underbrace{(e^x)^2}_{=e^{2x}}} = \frac{x\cancel{e^x}(2-x)}{\underbrace{(e^x)^{\cancel{2}}}_{e^{2x}}} = \frac{x(2-x)}{e^x}$$

c) $f(x) = x\ln(x) + e$

$$f'(x) = \left(1 \cdot \ln(x) + x \cdot \frac{1}{x}\right) + 0 = \ln(x) + 1$$