

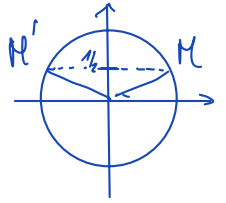
Exercices

a) Etudier la fonction $f(x) = 1 - 2\sin(x)$
périodique de période 2π sur $I = [0; 2\pi]$

1. $ED(f) = \mathbb{R}$ et $I = [0; 2\pi]$

2. zéro de f : $1 - 2\sin(x) = 0 \Leftrightarrow \sin(x) = \frac{1}{2}$

$$x = \begin{cases} \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi \\ \pi - \frac{\pi}{6} + k \cdot 2\pi = \frac{5\pi}{6} + k \cdot 2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$



$\Rightarrow$ dans I : $\frac{\pi}{6}$ et $\frac{5\pi}{6}$

signe :

x	0	$\pi/6$	$5\pi/6$	2π
$\text{sgn}(f)$	1	+	-	+

$\uparrow$
 $f(0,6) \approx -0,13$

3. • dérivée : $f'(x) = -2\cos(x)$

• zéro de f' : $-2\cos(x) = 0 \Leftrightarrow \cos(x) = 0$

$$\Leftrightarrow x = \begin{cases} \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi \\ -\frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$

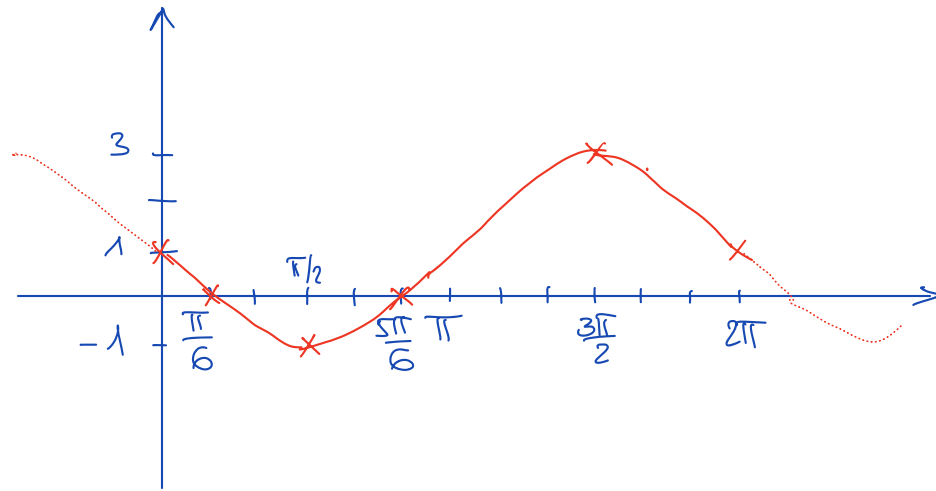
$\Rightarrow$ dans I : $x = \frac{\pi}{2}$ ou $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi = -\frac{\pi}{2} + \frac{4\pi}{2} = \frac{3\pi}{2}$

• croissance :

x	0	$\pi/2$	$3\pi/2$	2π
$\text{sgn}(f')$	-2	-	+	-
$\text{croiss}(f)$		$\searrow$ min	$\nearrow$ Max	

$\min\left(\frac{\pi}{2}; f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right) = \left(\frac{\pi}{2}; -1\right)$ et $\text{Max}\left(\frac{3\pi}{2}; f\left(\frac{3\pi}{2}\right)\right) = \left(\frac{3\pi}{2}; 3\right)$

4.

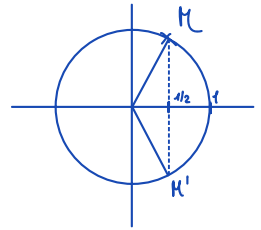


b) Etudier la croissance de $f(x) = \frac{1}{2}x - \sin(x)$ sur $I = [0; 2\pi]$

• dérivée : $f'(x) = \frac{1}{2} - \cos(x)$

• zéros de f' : $\frac{1}{2} - \cos(x) = 0 \Leftrightarrow \cos(x) = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow x = \begin{cases} \frac{\pi}{3} + k \cdot 2\pi \\ -\frac{\pi}{3} + k \cdot 2\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{Z}$$



$\Rightarrow$ dans I : $x = \frac{\pi}{3}$ ou $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi = -\frac{\pi}{3} + \frac{6\pi}{3} = \frac{5\pi}{3}$

croissance :

x	0	$\pi/3$	$5\pi/3$	2π
f'	-0,5	-	+	-
f		$\searrow$ min	$\nearrow$ Max	$\searrow$

$f(\pi) = 2$

$f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi}{3} - \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \min\left(\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx -0,34$

$f\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{5\pi}{3} - \sin\left(\frac{5\pi}{3}\right) = \frac{5\pi}{6} - \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{5\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \max\left(\frac{5\pi}{3}; \frac{5\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \approx 3,48$