

1.2 Exponentielle et logarithme

Equation exponentielle : une équation dont l'inconnue apparaît dans l'exposant

par exple : $2^x = 8 \Leftrightarrow x = 3$

Dans certaine situation, on essaie d'obtenir une équation de la forme

$$a^x = a^y \Leftrightarrow x = y \quad \text{si } a \neq 1$$

Exples

a) $3^{x+1} = 81$

$$3^{x+1} = 3^4$$

$$x+1 = 4$$

$$x = 3$$

$$\Rightarrow S = \{3\}$$

$$b) \quad 8^{5x-2} = \frac{1}{2} \quad | \cdot 2$$

$$2 \cdot 8^{5x-2} = 1$$

$$2 \cdot (2^3)^{5x-2} = 2^0$$

$$2 \cdot 2^{15x-6} = 2^0$$

$$2^{15x-5} = 2^0$$

$$15x - 5 = 0$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$8^{5x-2} = \frac{1}{2}$$

$$8^{5x-2} = 2^{-1}$$

$$8^{5x-2} = 2^{-1}$$

$$(2^3)^{5x-2} = 2^{-1}$$

$$2^{3(5x-2)} = 2^{-1}$$

$$3(5x-2) = -1$$

$$15x - 6 = -1$$

$$15x = 5$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow S = \left\{ \frac{1}{3} \right\}$$

$$c) \quad 9^{x-3} = 3 \cdot 3^{2x+1}$$

$$(3^2)^{x-3} = 3^{2x+1+1}$$

$$3^{2x-6} = 3^{2x+2}$$

$$2x-6 = 2x+2$$

$$-6 = 2 \quad \text{⚡}$$

$$\Rightarrow S = \emptyset$$