

Problème d'introduction

On plie une feuille de papier de 0,1 mm d'épaisseur en 2 puis 4 puis en 8 ...

En imaginant que l'on peut plier la feuille indéfiniment, combien de fois faudra-t-il la plier pour atteindre une épaisseur de 2 m ?
et de 20 m ? et la distance terre - soleil $\sim 149'600'000$ km ?

$$\begin{array}{lcl} & 0,1 \text{ mm} & \\ 1^{\text{e}} \text{ pli} : & 0,2 \text{ mm} & \nearrow \cdot 2 \\ 2^{\text{e}} \text{ pli} : & 0,4 \text{ mm} & \nearrow \cdot 2 \\ 3^{\text{e}} \text{ pli} : & 0,8 \text{ mm} & \nearrow \cdot 2 \end{array} \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} 1^{\text{e}} \text{ pli} \\ 2^{\text{e}} \text{ pli} \\ 3^{\text{e}} \text{ pli} \end{array}} \right\} 2^3$$

$$n^{\text{e}} \text{ pli} : 0,1 \cdot 2^n \text{ mm}$$

$$\begin{array}{lcl} 2 \text{ m ?} & : & 2 \text{ m} = 2000 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad 0,1 \cdot 2^n = 2000 \\ & & 2^n = 20'000 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{par tâtonnement} & : & 2^{14} = 16'384 \\ & & 2^{15} = 32'768 \end{array}$$

$$\Rightarrow 15 \text{ fois}$$

$$\begin{array}{lcl} 20 \text{ m ?} & : & 20 \text{ m} = 20'000 \text{ mm} \quad \Rightarrow \quad 0,1 \cdot 2^n = 20'000 \\ & & 2^n = 200'000 \end{array}$$

$$\begin{array}{lcl} \text{par tâtonnement} & : & 2^{17} = 131'072 \\ & & 2^{18} = 262'144 \end{array}$$

$$\Rightarrow 18 \text{ fois}$$

$$\text{terre-soleil ?} \quad 149'600'000 \text{ km} = 1,496 \cdot 10^8 \cdot 10^6 = 1,496 \cdot 10^{14} \text{ mm}$$

$$\begin{array}{lcl} \Rightarrow & 0,1 \cdot 2^n = 1,496 \cdot 10^{14} \\ & 2^n = 1,496 \cdot 10^{15} \end{array}$$

$$\Rightarrow 51 \text{ fois (tâtonnement)}$$

Logarithme

Déf : Soit $a > 0$ et $a \neq 1$ et $u > 0$

$$\log_a(u) = x \Leftrightarrow a^x = u$$

base
du log.

argument
du log

Ainsi pour l'équation $2^n = 20'000$ la solution est $\log_2(20'000)$
(prob. d'intro)

mais je ne sais pas encore le calculer.

Exemples : a) $\log_4(64) = 3 \Leftrightarrow 4^3 = 64$

b) $\log_5\left(\frac{1}{5}\right) = -1 \Leftrightarrow 5^{-1} = \frac{1}{5}$

c) $\log_{64}(4) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 64^{\frac{1}{3}} = 4$

Rem : si la base n'est pas précisée, c'est la base 10

$$\log(100) \left(= \log_{10}(100) \right) = 2 \Leftrightarrow 10^2 = 100$$

ex 1.2.2 sauf n) r) u) v) z)