

## Propriétés

$a > 0$  et  $a \neq 1$  et  $u, v > 0$

1)  $\log_a(1) = 0$  car  $a^0 = 1$

2)  $\log_a(a) = 1$  car  $a^1 = a$

3)  $\log_a(a^u) = u$  car  $a^u = a^u$

4)  $a^{\log_a(u)} = u$  en effet : si  $a^{\log_a(u)} = y \Leftrightarrow \log_a(y) = \log_a(u)$   
 $\Leftrightarrow y = u$

5)  $\log_a(u \cdot v) = \log_a(u) + \log_a(v)$  ♥

preuve : soit  $x = \log_a(u)$  et  $y = \log_a(v)$   
 $a^x = u$  et  $a^y = v$

$$\Rightarrow \log_a(u \cdot v) = \log_a(a^x \cdot a^y) = \log_a(a^{x+y})$$
$$= x + y = \log_a(u) + \log_a(v) \quad \#$$

6)  $\log_a\left(\frac{u}{v}\right) = \log_a(u) - \log_a(v)$  ♥

preuve : soit  $x$  et  $y$  comme ci-dessus

$$\Rightarrow \log_a\left(\frac{u}{v}\right) = \log_a\left(\frac{a^x}{a^y}\right) = \log_a(a^{x-y})$$

$$= x - y = \log_a(u) - \log_a(v) \quad \#$$

$$7) \log_a\left(\frac{1}{v}\right) = -\log_a(v) \quad \text{découle de la prop. 6 et 1}$$

$$8) \log_a(u^r) = r \cdot \log_a(u) \quad \text{découle de la prop. 5}$$

Exemples:

$$a) \log_3\left(\frac{1}{27}\right) \stackrel{7)}{=} -\log_3(27) = -3$$

$$b) \log(2) + \log(5) = \log(2 \cdot 5) = \log(10) = 1$$

$$\begin{aligned} c) \quad \frac{1}{2} \log_3(36) - \log_3(2) &\stackrel{8)}{=} \log_3(36^{1/2}) - \log_3(2) \\ &= \log_3(6) - \log_3(2) \\ &\stackrel{6)}{=} \log_3\left(\frac{6}{2}\right) = \log_3(3) = 1 \end{aligned}$$

$$d) \log(50) + \log(4) - \log(2) = \log\left(\frac{50 \cdot 4}{2}\right) = \log(100) = 2$$

ex 1.2.2 u) v)

1.2.3

1.2.4