Equations logarithmiques

Equation dont l'inconnue apparait comme argument du logarithme.

On résout avec la définition (ex 1.2.5 d) $\log_2(x) = 4 \iff x = 2^4$)

ainsi qu'avec le résultat suivant :

$$\boxed{\log_a(x) = \log_a(y) \iff x = y}$$

⚠ Il faut tjrs vérifier les solutions dans l'équation de départ

car le log. n'est pas défini pour les nombres négatifs ou nul

Exples : a) $\log(x^2+2) = \log(-3x)$

$$x^2+2 = -3x$$

$$x^2+3x+2 = 0$$

$$(x+2)(x+1) = 0$$

$$-2 \qquad -1 \qquad \Longrightarrow \quad S = \{-2\,;\,-1\}$$

vérif : . $\log((-2)^2+2) \overset{?}{=} \log(-3(-2))$

$\log(6) \overset{\checkmark}{=} \log(6) \Longrightarrow x = -2$ ✓

. $\log(1+2) \overset{\checkmark}{=} \log(3) \Longrightarrow x = -1$ ✓

b) $\ln(2x-3) + \ln(x+1) = \ln(7)$

$$\ln\big((2x-3)(x+1)\big) = \ln(7) \qquad \text{(propriété 5)}$$

$$(2x-3)(x+1) = 7$$

$$2x^2+2x-3x-3 = 7$$

$$2x^2-x-10 = 0 \qquad \Delta = 1+80 = 81$$

$$x_{1,2} = \frac{1\pm 9}{4} = \begin{cases} 5/2 & 1) \\ -2 & 2) \end{cases}$$

verif.

1) $\ln(5-3) + \ln\left(\frac{5}{2}+1\right) \stackrel{?}{=} \ln(7)$

$\ln(2) + \ln\left(\frac{7}{2}\right) \stackrel{?}{=} \ln(7)$

$\ln\left(2\cdot\frac{7}{2}\right) = \ln(7)$ ✓ $\Rightarrow S = \left\{\frac{5}{2}\right\}$

2) $\ln(\underbrace{-2-3}_{<0})$ ✗

c) $2\log_4(x) = \log_4(x-1) + 1$

$\log_4(x^2) = \log_4(x-1) + \log_4(4)$

$\log_4(x^2) = \log_4(4(x-1))$

$x^2 = 4x - 4$

$x^2 - 4x + 4 = 0$

$(x-2)^2 = 0$

$\downarrow$

2

vérif : $2\log_4(2) \stackrel{?}{=} \log_4(1) + 1$

$\underbrace{\log_4(2^2)}_{=1} \stackrel{?}{=} 0 + 1$ ✓ $\Longrightarrow S = \{2\}$

ex 1.2.6