

Racines n^e

Déf: Soit x un nbre réel, positif et n un nbre entier non nul.

On définit la racine n^e de x comme l'unique nombre réel positif a tel $a^n = x$

indice

$$\sqrt[n]{x} = a$$

$$\Leftrightarrow x = a^n$$

$$x, a \in \mathbb{R}_+ \\ n \in \mathbb{N}^*$$

radicande

Exemples: $\sqrt[5]{32} = 2$ car $32 = 2^5$

$$\sqrt[4]{\frac{1}{81}} = \frac{1}{3} \quad \text{car} \quad \frac{1}{81} = \left(\frac{1}{3}\right)^4$$

si $n=2$ $\sqrt{144} = 12$ car $144 = 12^2$
c'est la racine carrée

Remarques: 1) si n est impair, on peut définir $\sqrt[n]{x}$ avec $x \in \mathbb{R}$ (aussi négatif)

exple: $\sqrt[5]{-32} = -2$ car $(-2)^5 = -32$

2) l'équation $x^2 = b$ a comme solutions
 $x = \pm\sqrt{b}$

exple: $x^2 = 144$ $\sqrt{}$
 $x = \pm\sqrt{144} = \pm 12$

$$\left\{ \begin{array}{l} x^2 = 144 \\ x^2 - 144 = 0 \\ (x+12)(x-12) = 0 \\ \downarrow \quad \downarrow \\ -12 \quad 12 \end{array} \right.$$

Propriétés

$$1) \sqrt[n]{x \cdot y} = \sqrt[n]{x} \cdot \sqrt[n]{y}$$



$$\sqrt[n]{x+y} \neq \sqrt[n]{x} + \sqrt[n]{y}$$

$$\text{car } \sqrt{16+9} \neq \sqrt{16} + \sqrt{9} \\ \sqrt{25} \neq 4 + 3 \\ 5 \neq 7$$

$$2) \sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

$$3) \left(\sqrt[n]{a} \right)^m = \sqrt[n]{a^m}$$

$$4) \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

$$5) \sqrt[n \cdot p]{a^{m \cdot p}} = \sqrt[n]{a^m}$$

Exemples Simplifier

$$\begin{aligned} \text{a) } \sqrt{72} &= \sqrt{9 \cdot 8} \stackrel{1)}{=} \sqrt{9} \cdot \sqrt{8} = 3\sqrt{8} = 3\sqrt{4 \cdot 2} = 3\sqrt{4}\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \\ &= \sqrt{36 \cdot 2} = \sqrt{36}\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\text{b) } 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\text{c) } \underbrace{2\sqrt{50}}_{25 \cdot 2} - \underbrace{3\sqrt{8}}_{4 \cdot 2} = 2 \cdot 5\sqrt{2} - 3 \cdot 2\sqrt{2} = 10\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

$$\text{d) } (3 + \sqrt{5})(\sqrt{5} - 7) = 3\sqrt{5} - 21 + \underbrace{(\sqrt{5})^2}_5 - 7\sqrt{5} = -16 - 4\sqrt{5}$$

$$\text{e) } \sqrt[3]{27^2} \stackrel{3)}{=} \left(\underbrace{\sqrt[3]{27}}_{3^3} \right)^2 = 3^2 = 9$$

$$\text{f) } \sqrt[3]{a^6} \sqrt[3]{a^3} \stackrel{5)}{=} \sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[3]{a^2} \stackrel{1)}{=} \sqrt[3]{a \cdot a^2} = \sqrt[3]{a^3} = a$$

$$\begin{aligned} \text{g) } \sqrt{\sqrt{(a^4)^3}} &= \sqrt{\sqrt{a^4}} = \begin{cases} \sqrt[4]{a^4} = a \\ \sqrt{a^2} = a \end{cases} \\ &\stackrel{\text{ou}}{=} \sqrt[12]{a^{12}} = a \end{aligned}$$

ex 1.1.8 5 derniers j) → w)

1.1.9 a) b)

1.1.10